

Winderson Eugenio dos Santos

**SISTEMA PARA IDENTIFICAÇÃO DA CURVATURA NA
JUNTA PRISMÁTICA DE UM ROBÔ VIA QUATERNIONS**

TESE SUBMETIDA A UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

DOS SANTOS, Winderson Eugenio – **Sistema para Identificação da Curvatura na Junta Prismática de um Robô via Quaternions**. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica - Curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina - Florianópolis – 2003.

Área de concentração: Fabricação.

Orientador: Prof. Carlos Alberto Martin, Dr. Ing.

Defesa: 8 de dezembro de 2003.

Resumo: Nesta tese é desenvolvida uma solução para identificar a curvatura de um trilho-guia pelo qual se desloca um robô manipulador. É analisada a influência que a curvatura deste trilho exerce sobre as trajetórias executadas pelo robô. São mostrados, por meio do cálculo infinitesimal, raciocínios que levam à síntese de um sistema otimizado de medição da curvatura em trilhos. A seguir, são exploradas as alternativas tecnológicas para possíveis sistemas de medição aplicáveis ao trilho de um robô específico. Tal robô, denominado Roboturb, é destinado à tarefas de soldagem em pás de turbinas hidráulicas de grande porte erodidas pelo efeito da cavitação. São discutidos, com base em análise estatística, os resultados obtidos por meio de ensaios implementados através do uso de giroscópios. Mostra-se também procedimentos matemáticos que através do emprego de quaternions duais, validam os dados fornecidos pelo sistema de medição proposto, buscando sua futura integração aos algoritmos de cinemática do Roboturb.

Palavras-chave: giroscópio, quaternion dual, robótica, sistema de medição, trilho.

SISTEMA PARA IDENTIFICAÇÃO DA CURVATURA NA
JUNTA PRISMÁTICA DE UM ROBÔ VIA QUATERNIONS

Eng. Winderson Eugenio dos Santos, M.Sc.

Esta tese foi julgada adequada como requisito parcial para obtenção do título de
“DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA”
na área de concentração: Fabricação
aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Prof. José A Belini da Cunha Neto, Dr - Coordenador do curso

BANCA EXAMINADORA:

Presidente - Prof. Carlos Alberto Martin, Dr.Ing. - Orientador

Relator - Prof. João Maurício Rosário, Dr. - UNICAMP

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Junior, Dr.Eng. - UFSC

Prof. Gisele Cristina Ducati, Dr. - UFPR

Prof. Raul Guenther, D.Sc. - UFSC

Dedico esta tese aos meus filhos,

RALPH

e

GUSTAVO

Agradecimentos

- Ao CEFET-Pr, representado pelo seu Diretor Geral Prof. Éden Januário Neto, pela liberação de afastamento das atividades docentes para realização deste curso.
- Ao Ministério da Educação – CAPES pela cessão de bolsa de estudos através do Programa Institucional de Capacitação Docente e Técnica – PICDT.
- Ao apoio financeiro por parte do governo alemão (DAAD) ao financiar passagens e auxílio estadia para o intercâmbio no *Institut für Automatisierungstechnik - Technische Universität Dresden*.
- Ao Prof. Carlos Alberto Martin, não apenas pela orientação deste trabalho, mas também pelo exemplo de seriedade e dedicação com que desenvolve suas atividades docentes.
- Ao Eng. Walter Kapp, pela criatividade e brilhantismo técnico com o qual conduziu seus trabalhos frente à coordenação do projeto Roboturb.
- Ao Lactec-LEME, nas pessoas do Eng. Renato de Arruda Penteado Neto, Eng. Emerson Morais e Eng. André Manzolli, pelo apoio e infraestrutura fornecidos para o desenvolvimento da fase final deste trabalho em suas instalações.
- Aos estagiários do Lactec Gustavo Ville, Fábio Elias Gonçalves e Marcelo Awane pelo auxílio nas atividades desenvolvidas no laboratório e, em especial ao Técnico em Eletrônica Ricardo Artigas pela dedicação e habilidade na programação computacional em ambiente gráfico.
- Aos colegas do Laboratório de Hardware do Grucon/Ufsc: doutorando David Pimentel Burgoa e aos bolsistas Anderson Bastos, Geóvio Kroth e Miguel Demay, pela convivência e companheirismo durante minha estada em Florianópolis.
- Aos engenheiros no projeto Roboturb: Eng. Henrique Simas, Eng. Emerson Raposo, Eng. Tiago Loureiro, Eng. Nelso Gauze, Eng. Milton Pereira e demais membros de suas respectivas equipes.
- Ao Prof. Dr.techn. Klaus Janschek pelos ensinamentos introdutórios a respeito de quaternions durante minha estada no *IfA TU Dresden*.
- À Claudia da Silva pelo apoio, amor e carinho dedicado a mim e a meus filhos.
- À minha mãe Nilma dos Santos, e a minha irmã Winy E. dos Santos pelos diversos momentos difíceis em que estiveram ao meu lado.
- A todos os demais professores, colegas, amigos e familiares não citados que direta ou indiretamente contribuíram para execução deste trabalho.
- **A Deus pela maravilhosa existência que me concede.**

Índice Analítico

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xii
Notação Geral	xiv
Símbolos Principais	xv
Siglas e Abreviaturas	xvii
Marcas Registradas	xviii
Resumo	xix
Abstract	xx
Capítulo 1 Introdução	1
1.1 Motivação para o trabalho	1
1.2 Estado-da-arte	3
1.3 Descrição do problema	5
1.4 Estrutura do texto	7
Capítulo 2 Representação de Orientação e Posição através de Quaternions	9
2.1 Rotações	9
2.2 Quaternions	12
2.3 Representação de rotações através de quaternions	14
2.3.1 Relações entre quaternion e matriz de rotação	17
2.3.2 Relações entre quaternion e ângulos de Euler	18
2.4 Rotações sucessivas com quaternions	20
2.5 Quaternion dual	22
2.5.1 Representação de posição	23
2.5.2 Quaternions duais unitários e o teorema de Chasles	25
Capítulo 3 Influência da Curvatura no Trilho	27
3.1 Torção pura no trilho	29
3.2 Flexão pura no trilho	30
3.3 Torção e flexão no trilho	31

Capítulo 4	Sistemas de Medição Aplicáveis	36
4.1	Cinta de medição <i>Shape Tape</i>	40
4.2	Sensor de inclinação <i>Tilt-Sensor</i>	42
4.3	Medidor de posição angular tipo <i>encoder</i>	46
4.4	Sensores inerciais tipo giroscópio	47
4.4.1	Giroscópios mecânicos	50
4.4.2	Giroscópios a cristal	50
4.4.3	Giroscópios ópticos	53
Capítulo 5	Análise dos Sistemas de Medição	55
5.1	Cálculo dos requisitos para o sensor	55
5.2	Comparação entre os medidores de deslocamento angular	60
5.3	Análise da medição através de giroscópios	61
5.3.1	Simulações realizadas com auxílio do Matlab-Simulink	62
5.3.2	Considerações a respeito da medição com giroscópio	64
5.3.3	Solução para medir o trilho com dois giroscópios	65
5.4	Conclusão sobre a seleção do sistema de medição	69
Capítulo 6	Ensaio com Giroscópios	71
6.1	Metodologia aplicada para realização dos ensaios	71
6.2	Tratamentos estatísticos aplicados	75
6.2.1	Comparação entre os diferentes modelos de giroscópios	76
6.2.2	A influência do sentido de medição	78
6.2.3	O efeito da resolução empregada na aquisição do sinal	78
6.2.4	A influência da velocidade de deslocamento	80
6.2.5	Estimativa da curvatura pela fusão de todas as medições	81
6.3	Comparativo através da medição com braço articulado	86
6.4	Discussão a respeito dos ensaios realizados	89
Capítulo 7	Cinemática Inversa – uma proposta para validar o SM	90
7.1	Cinemática inversa para um trilho retilíneo	92
7.1.1	Cinemática inversa de posicionamento	92
7.1.2	Cinemática inversa de orientação	95
7.2	Síntese considerando a curvatura do trilho	97
Capítulo 8	Implementações e Resultados	101
8.1	Interface com usuário do software desenvolvido	103

8.1.1	Comandos de inicialização	104
8.1.2	Controle pelo teclado	105
8.1.3	Controle por junta	105
8.1.4	Medições do trilho	106
8.1.5	Gráficos de Movimento	108
8.2	Desempenho dos algoritmos de cinemática	108
8.3	Desempenho dos giroscópios	112
8.4	Característica da orientação para percurso no eixo z	112
Capítulo 9	Considerações Finais	115
9.1	Conclusões	116
9.2	Sugestões para trabalhos futuros	118
Referências		120
Anexo A.	Fundamentação Matemática	129
Anexo B.	Álgebra de quaternions	136
Anexo C.	Números duais	139
Anexo D.	Listagem do programa <i>rail.m</i>	142
Anexo E.	Análise da flexibilidade nas juntas rotativas do Roboturb	145
Anexo F.	Medição redundante através da fusão de sensores	151
Anexo G.	Relação e hierarquia dos blocos de <i>software</i> desenvolvidos	155
Anexo H.	Diagrama esquemático do <i>software</i> para medição do trilho	168
Índice Remissivo		169

Lista de Figuras

<i>Figura 1.1 - Evolução do número de robôs industriais de seis eixos no Brasil</i>	1
<i>Figura 1.2 - Turbina Francis com robô montado sobre trilho numa das pás</i>	2
<i>Figura 1.3 - Junta prismática do Roboturb na forma de um trilho curvilíneo</i>	7
<i>Figura 2.1 - Rotação no espaço</i>	10
<i>Figura 2.2 - Rotação em torno de um eixo</i>	11
<i>Figura 2.3 – Diagrama de rotação</i>	21
<i>Figura 2.4 – Diagrama de rotações sucessivas</i>	21
<i>Figura 2.5 - Deslocamento espacial em helicóide</i>	25
<i>Figura 3.1 - Visualização espacial de um trilho com geometria irregular</i>	28
<i>Figura 3.2 - Trilho sujeito à torção pura</i>	29
<i>Figura 3.3 - Trilho sujeito a flexão pura</i>	30
<i>Figura 3.4 - Trilho com torção e flexão simultâneas</i>	32
<i>Figura 3.5 - Trecho infinitesimal do trilho</i>	32
<i>Figura 4.1 Erro aleatório de posicionamento em um robô</i>	36
<i>Figura 4.2 Diagrama das fontes de incerteza na postura no Roboturb</i>	37
<i>Figura 4.3 - Fita de medição shape tape</i>	41
<i>Figura 4.4 Tilt-Sensor</i>	42
<i>Figura 4.5 Sinal de saída vs ângulo de inclinação em um tilt-sensor</i>	44
<i>Figura 4.6 - Bloco-diagrama de um giroscópio ideal</i>	47
<i>Figura 4.7 - Bloco-diagrama de um giroscópio real</i>	48
<i>Figura 4.8 - Bloco-diagrama de um sistema de medição angular</i>	48
<i>Figura 4.9 Passo angular aleatório em um giroscópio</i>	49
<i>Figura 4.10 Giroscópio mecânico com indicação angular em dois eixos</i>	50
<i>Figura 4.11 - Princípio de funcionamento do giroscópio a cristal</i>	51
<i>Figura 4.12 Foto do giroscópio Horizon</i>	51
<i>Figura 4.13 Efeito de Sagnac</i>	53
<i>Figura 4.14 Giroscópio de fibra óptica</i>	53
<i>Figura 4.15 Foto do giroscópio E-Core RA2030</i>	54
<i>Figura 5.1 - Postura para o cálculo da incerteza do ângulo de torção</i>	56
<i>Figura 5.2 - Postura para o cálculo da incerteza do ângulo de flexão</i>	56
<i>Figura 5.3 - Diagrama Matlab-Simulink para simulação dos giroscópios</i>	62

<i>Figura 5.4 - Simulação do giroscópio Horizon através do Simulink</i>	62
<i>Figura 5.5 - Simulação do giroscópio GyrochipII através do Simulink</i>	63
<i>Figura 5.6 - Simulação dos giroscópios E-Core RA2030 através do Simulink</i>	63
<i>Figura 5.7 - Diagrama para estimar posição e orientação</i>	66
<i>Figura 5.8 - Diagrama simulink para determinação dos ângulos de Euler</i>	67
<i>Figura 5.9 - Visualização tridimensional da simulação do perfil de um trilho</i>	69
<i>Figura 6.1 - Foto do trilho instalado sobre uma chapa curva para o ensaio</i>	72
<i>Figura 6.2 - Visualização da tela de interface para ensaio do sistema de medição</i>	75
<i>Figura 6.3 - Medidas dos giroscópios versus curva normal</i>	76
<i>Figura 6.4 – Torção e flexão ao longo do trilho</i>	82
<i>Figura 6.5 – Visualização tridimensional do trilho na deformação do ensaio</i>	83
<i>Figura 6.6 – Erro máximo medido em cada giroscópio: na flexão a esquerda e na torção a direita</i>	83
<i>Figura 6.7 – Curva de erros na flexão em relação à todas as medições</i>	84
<i>Figura 6.8 - Curva de erros na torção em relação à todas as medições</i>	84
<i>Figura 6.9 - Curva de erros no giroscópio GyroChipII em relação à todas as medições</i>	84
<i>Figura 6.10 - Curva de erros na flexão entre giroscópios E-Core e GyrochipII</i>	85
<i>Figura 6.11 - Curva de erros na torção entre giroscópios E-Core e GyrochipII</i>	85
<i>Figura 6.12 - Incerteza expandida dos ângulos ao longo do trilho</i>	86
<i>Figura 6.13 - Foto do procedimento de medição da curvatura através de braço articulado</i>	87
<i>Figura 6.14 - Comparação entre os métodos empregados na medição da flexão</i>	88
<i>Figura 6.15 - Comparação entre os métodos empregados na medição da torção</i>	88
<i>Figura 7.1 - Juntas do Roboturb</i>	90
<i>Figura 7.2 - Estrutura cinemática do Roboturb</i>	91
<i>Figura 7.3 - Postura: a) perpendicular e b) não perpendicular</i>	93
<i>Figura 7.4 - Postura de referência</i>	94
<i>Figura 7.5 - Postura: a) em braço esquerdo e b) em braço direito</i>	94
<i>Figura 7.6 - Postura inicial do Roboturb</i>	95
<i>Figura 7.7 - Ângulos de juntas do punho</i>	97
<i>Figura 7.8 –Postura e coordenada (s) sobre o trilho curvo</i>	98
<i>Figura 8.1 - Exemplo de painel frontal de uma VI</i>	101
<i>Figura 8.2 - Diagrama de blocos da VI do exemplo anterior</i>	102
<i>Figura 8.3 - Tela principal do painel de controle da interface com o usuário</i>	103
<i>Figura 8.4 - GRAFCET de inicialização e de medição do trilho</i>	104

<i>Figura 8.5 – Pasta: Controle pelo teclado</i>	105
<i>Figura 8.6 – Pasta: Controle por juntas</i>	105
<i>Figura 8.7 - Pasta medições do trilho</i>	106
<i>Figura 8.8 - Apresentação da curvatura do trilho</i>	107
<i>Figura 8.9 - Fluxograma de aquisição de ângulos dos giroscópios</i>	107
<i>Figura 8.10 - Pasta: Gráficos de movimento</i>	108
<i>Figura 8.11 - Gráficos de erros do algoritmo de compensação do trilho</i>	109
<i>Figura 8.12 - Gráfico com tempo de execução de cada VI do teste de cinemática</i>	110
<i>Figura 8.13- Comportamento do erro do algoritmo de compensação do trilho</i>	111
<i>Figura 8.14 – Erros inseridos pelos giroscópios na geometria do trilho</i>	112
<i>Figura 8.15 – Ensaio com emissor laser acoplado ao efetuador</i>	113
<i>Figura 8.16 - Erro de orientação ao longo da trajetória</i>	114
<i>Figura A.1 Curva no plano</i>	129
<i>Figura A.2 Arco de curva</i>	130
<i>Figura A.3 Triedro de Frenet</i>	131
<i>Figura C.1 - Distância do ponto à reta</i>	140
<i>Figura E.1 – Representação esquemática das transmissões no Roboturb</i>	146
<i>Figura E.2 - Representação esquemática para o motor CC</i>	146
<i>Figura E.3 - Diagrama do trilho - eixo 1 (relação de redução total = 1,04mm/volta)</i>	146
<i>Figura E.4 - Diagrama do eixo 2 (relação de redução total=757,6:1)</i>	147
<i>Figura E.5 - Diagrama do eixo 3 (relação de redução total=828:1)</i>	147
<i>Figura E.6 - Diagrama do eixo 4 (relação de redução total=1777,96:1)</i>	147
<i>Figura E.7 - Diagrama do eixo 5 (relação de redução total=704:1)</i>	147
<i>Figura E.8 - Diagrama do eixo 6 (relação de redução total=565,6:1)</i>	147
<i>Figura E.9 - Diagrama do eixo 7 (relação de redução total=480:1)</i>	148
<i>Figura F.1 Distribuição de probabilidade de z_1</i>	151
<i>Figura F.2 Distribuição de probabilidade de z_2</i>	152
<i>Figura F.3 Distribuição da densidade de probabilidade $P(x z_1, z_2)$</i>	152
<i>Figura F.4 - Diagrama de aplicação típico para um filtro de Kalman</i>	153
<i>Figura G.1 – Hierarquia dos blocos de software desenvolvidos</i>	155
<i>Figura H.1 - Diagrama esquemático em LabVIEW para medição do trilho</i>	168

Lista de Tabelas

<i>Tabela 1.1 - Avanços tecnológicos em robótica nas últimas décadas [PIR-01]</i>	4
<i>Tabela 1.2 - Estado-da-arte de robôs industriais [PIR-01]</i>	5
<i>Tabela 1.3 - Principais parâmetros do Roboturb [KAP-01]</i>	6
<i>Tabela 4.1 Incertezas de posicionamento nas juntas do Roboturb devido aos encoders</i>	37
<i>Tabela 4.2 Parâmetros tecnológicos (sensor A): ShapeTape</i>	42
<i>Tabela 4.3 Parâmetros tecnológicos (sensor B): Tilt-Sensor Applied Geomechanics</i>	45
<i>Tabela 4.4 Parâmetros tecnológicos (sensor C): Tilt-Sensor Schaevitz</i>	45
<i>Tabela 4.5 Parâmetros tecnológicos (sensor D): Encoder</i>	46
<i>Tabela 4.6 Parâmetros tecnológicos (sensor E): giroscópio Horizon</i>	52
<i>Tabela 4.7 Parâmetros tecnológicos (sensor F): giroscópio GyrochipII</i>	52
<i>Tabela 4.8 Parâmetros tecnológicos (sensor G): giroscópio RA2030</i>	54
<i>Tabela 5.1 Comparação quantitativa entre sensores de deslocamento angular</i>	60
<i>Tabela 5.2 - Erro nos giroscópios obtidos por simulação</i>	63
<i>Tabela 5.3 Comparação quantitativa entre sensores de velocidade angular</i>	64
<i>Tabela 6.1 - Variantes aplicadas ao ensaio de medição do trilho</i>	73
<i>Tabela 6.2 - Especificações técnica da placa PXI-6052</i>	73
<i>Tabela 6.3 - Especificações técnicas dos canais de entrada analógico da placa PXI-7344</i>	74
<i>Tabela 6.4 - Ângulos medidos (em graus) para cada modelo de giroscópio</i>	76
<i>Tabela 6.5 - Análise de variância entre giroscópios</i>	77
<i>Tabela 6.6 - Teste T aplicado aos giroscópios frente à referência</i>	77
<i>Tabela 6.7 - Ângulos medidos (em graus) para comparação entre os sentidos de medição</i>	78
<i>Tabela 6.8 - Análise da variância entre sentidos de medição</i>	78
<i>Tabela 6.9 - Ângulos medidos (em graus) para comparação entre resolução</i>	79
<i>Tabela 6.10 - Análise de variância entre as resoluções utilizadas</i>	79
<i>Tabela 6.11 - Ângulos medidos (em graus) para três velocidades de deslocamento</i>	80
<i>Tabela 6.12 - Análise de variância entre as velocidades de deslocamento analisadas</i>	80
<i>Tabela 6.13 - Teste F para a variância entre velocidades</i>	81
<i>Tabela 6.14 - Ângulos finais de curvatura medida</i>	82
<i>Tabela 6.15 - Especificações do ensaio com o braço de medição</i>	87
<i>Tabela 7.1 - Parâmetros Denavit-Hartenberg do Roboturb</i>	91
<i>Tabela 8.1 - Estatística de execução das VI para análise do algoritmo de cinemática</i>	110

<i>Tabela E.1 - Posições angulares de junta para as três posturas analisadas</i>	<i>145</i>
<i>Tabela E.2 - Dados e parâmetros tecnológicos das transmissões por polias + correia</i>	<i>148</i>
<i>Tabela E.3 - Dados e parâmetros tecnológicos das transmissões por engrenagens</i>	<i>148</i>
<i>Tabela E.4 - Dados e parâmetros tecnológicos das transmissões por redução harmônicas</i>	<i>148</i>
<i>Tabela E.5 - Erros estimados em cada eixo devido a flexibilidade mecânica</i>	<i>149</i>
<i>Tabela E.6 - Erros teóricos de posicionamento para o Roboturb</i>	<i>150</i>
<i>Tabela E.7 - Erros teóricos de orientação para o Roboturb</i>	<i>150</i>

Notação Geral

a, B	letras em itálico representam escalares.
\mathbf{a}, \mathbf{b}	letras minúsculas em negrito representam vetores (excepto a letra q).
\mathbf{a}^c	conjugado de \mathbf{a} .
$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$	produto vetorial entre o vetor \mathbf{a} e o vetor \mathbf{b} .
$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	produto rotacional entre o quaternion \mathbf{a} e o quaternion \mathbf{b} .
\mathbf{A}, \mathbf{B}	letras maiúsculas em negrito representam matrizes.
$\mathbf{A}\mathbf{B}$	multiplicação da matriz \mathbf{A} pela matriz \mathbf{B} .
\mathbf{A}^T	transposta de \mathbf{A} .
\mathbf{A}^{-1}	inversa de \mathbf{A} .
A_{ij}	elemento da linha i e coluna j da matriz \mathbf{A} .
$\sum_{i=j}^n a$	somatório de a com i variando de j até n .
da	diferencial de a .
$\int a$	integral de a .
$\int_i^j a$	integral de a no intervalo entre i e j .
$f'(a)$	derivada de função de a .
\dot{a}	primeira derivada de a .
\ddot{a}	segunda derivada de a .
a^i	a elevado a potência i .
\sqrt{a}	raiz quadrada de a .
$\text{sen } a$	seno de a .
$\text{cos } a$	cosseno de a .
$\text{tan } a$	tangente de a .
$\text{tan2}(a,b)$	tangente pitagórica onde a e b são catetos do triângulo (a é adjacente).
$ a $	módulo de a .
a^*	a normalizado.
$\ \mathbf{a}\ $	norma de a .
$\vee a$	a é um dual.

Símbolos Principais

Representação de curvas no espaço

\mathcal{R}^n	espaço Euclidiano com n dimensões.
$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$	vetores unitários do triedro de referência em \mathcal{R}^3 .
\mathbf{r}	forma paramétrica de uma curva.
t	variável independente (em geral: tempo).
s	comprimento do arco.
\mathbf{T}	vetor tangente a um ponto da curva.
\mathbf{N}	vetor normal a um ponto da curva.
\mathbf{B}	vetor bi-normal a um ponto da curva.
κ	ângulo de curvatura.
ρ	raio de curvatura.
α	ângulo de torção.
τ	raio de torção da curva.
\mathbf{b}	vetor de polinômios cúbicos.
\mathbf{A}	matriz de coeficientes <i>splines</i> .
\mathbf{R}	matriz hermitiana.
\mathbf{B}	matriz de polinômios cúbicos de Hermite.
u	variável para normalização.

Cinemática e robótica

x, y, z	eixos do sistema de referência.
\mathbf{R}	matriz de rotação.
$\mathbf{J}(s)$	matriz Jacobiana do manipulador.
\mathbf{s}_i	vetor de coordenadas generalizadas de juntas.
\mathbf{p}	vetor de deslocamento linear do efetuador final.
\mathbf{O}	vetor de orientação angular do efetuador final.
a, α, d, ν	parâmetros de Denavit-Hartenberg.

Quaternions e números duais

C	corpo dos números complexos.
H	corpo dos números hipercomplexos.
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$	operadores complexos.
\mathbf{q}	quaternion (índice q também poderá indicar um quaternion ex. \mathbf{m}_q)
q_r	parte real do quaternion.
\mathbf{q}_v	parte vetorial do quaternion em \mathfrak{R}^3 .
\mathbf{e}	operador hipercomplexo.
e	base dos logaritmos neperianos.
ε	operador dual.
α, β, γ	ângulos de Euler.
ψ, θ, φ	ângulos em torno dos eixos x, y, z .
Φ	ângulo principal de rotação.

Estatística e Metrologia

μ	média.
σ	desvio padrão.
a_1	distância entre o centro do eixo da primeira junta e o trilho.
$d_{\text{braço}}$	máxima excentricidade entre efetuador final e centro do eixo da primeira junta.
s_t	comprimento total do trilho.
Δs_{max}	máxima distância ideal entre medições.
ρ_{min}	mínimo raio de curvatura do trilho.
ρ_{max}	maior raio do trilho que deve ser medido.
$Up_{95\%}$	incerteza de posicionamento (p/ 95% de confiança).
$U\varphi_{95\%}$	incerteza de orientação angular (p/ 95% de confiança).
$U\omega_{95\%}$	incerteza de velocidade angular (p/ 95% de confiança).
φ_{max}	faixa de medição angular.
F	faixa dinâmica de medição.
S	sensibilidade.
T_{DAQ}	tempo de aquisição dos dados.
f_{DAQ}	frequência de amostragem.
ω_{max}	velocidade angular máxima.

Siglas e Abreviaturas

3D	Tridimensional
ARW	Passo Angular Aleatório (<i>Angle Random Walk</i>)
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CMRR	Razão de rejeição de modo comum (<i>Comon-mode Rejection Ratio</i>)
FINEP	Financiadora de Estudos e Projetos
FOG	Giroscópio de Fibra Óptica (<i>Fiber Optic Gyro</i>)
GDL	Graus de Liberdade
GRAFCET	Gráfico de Ciclo Etapa Transição
PADCT	Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico
PLC	Controlador Lógico Programável (<i>Programable Logic Controler</i>)
PSD	Densidade Espectral de Potência (<i>Power Spectral Density</i>)
RIA	Instituto de Robótica Americano (<i>Robot Institut of America</i>)
RLG	Giroscópio de Anel Laser (<i>Ring Laser Gyro</i>)
RPY	Rolamento Arfagem Guinamento (<i>Roll Pitch Yaw</i>) – ângulos
SM	Sistema de Medição
VI	Instrumento Virtual (<i>Virtual Instrument</i>)

Marcas Registradas

<i>E-Core</i>	é marca registrada da empresa KVH Industries Inc.
<i>GyrochipII</i>	é marca registrada da empresa BEI Technologies Inc.
<i>Horizon</i>	é marca registrada da empresa BEI Technologies Inc.
<i>LabVIEW</i>	é marca registrada da empresa National Instruments Corporation.
<i>Mathematica</i>	é marca registrada da empresa Wolfram Research Inc.
<i>Matlab</i>	é marca registrada da empresa The MathWorks Inc.
<i>Shape Sensor</i>	é marca registrada da empresa Measurand Inc.
<i>Simulink</i>	é marca registrada da empresa The MathWorks Inc.
<i>Windows</i>	é marca registrada da empresa Microsoft Corporation.

Resumo

Nesta tese é desenvolvida uma solução para identificar a curvatura de um trilho-guia pelo qual se desloca um robô manipulador. É analisada a influência que a curvatura deste trilho exerce sobre as trajetórias executadas pelo robô. São mostrados, por meio do cálculo infinitesimal, raciocínios que levam à síntese de um sistema otimizado de medição da curvatura em trilhos.

A seguir, são exploradas as alternativas tecnológicas para possíveis sistemas de medição aplicáveis ao trilho de um robô específico. Tal robô, denominado Roboturb, é destinado à tarefas de soldagem em pás de turbinas hidráulicas de grande porte erodidas pelo efeito da cavitação.

São discutidos, com base em análise estatística, os resultados obtidos por meio de ensaios implementados através do uso de giroscópios. Mostra-se também procedimentos matemáticos que através do emprego de quaternions duais, validam os dados fornecidos pelo sistema de medição proposto, buscando sua futura integração aos algoritmos de cinemática do Roboturb.

Abstract

This thesis develops the solution to identify the curvature of a rail-guide in which a robot manipulator moves. The influence that this rail curvature imposes on paths executed by the robot is analyzed. Using infinitesimal calculus, reasonings that take a synthesis of an optimized system to rails curvature measurement are shown.

Following, the technological alternatives for possible measurement systems applicable to a specific robot's rail are explored. This robot, named Roboturb, is destined to welding tasks in shovels of great load hydraulic turbines damaged by cavitation effect.

Regarding the statistical analisis, results obtained using implemented experiments with gyroscopes are discussed. The mathematical procedures, through employment of dual quaternions, that validate data supplied by the proposed measurement system, looking for its future integration to the Roboturb's kinematic algorithms.

Capítulo 1 Introdução

1.1 Motivação para o trabalho

O estudo da robótica no Brasil é um campo explorado principalmente no que diz respeito à aplicação dos robôs e ao impacto produtivo que esta tecnologia confere ao chão-de-fábrica. Estudos referentes ao projeto mecatrônico de robôs são limitados a casos isolados desenvolvidos com muita coragem por pesquisadores pioneiros, em geral contando muito mais com *background* de pesquisas realizadas fora do país do que com trabalhos nacionais.

No Brasil, a utilização de robôs ainda é reduzida se comparada a outros países com maior nível de industrialização. Entretanto a aplicação destes equipamentos vem crescendo, conforme pode ser constatado no gráfico da Figura 1.1 a seguir [ROM-02]. A indústria automobilística foi a primeira a empregar robôs em sua linha de produção - 1982 na Volkswagen. O maior fornecedor para o mercado nacional é a ABB – Asea Brown Boveri, seguida pela japonesa Fanuc [OLI-03].

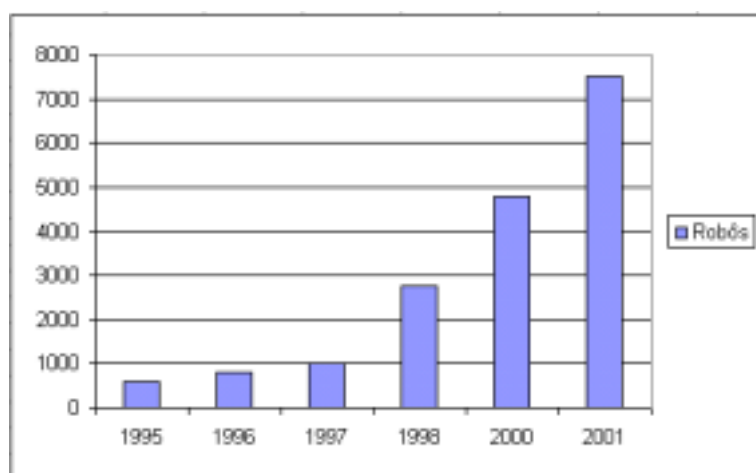


Figura 1.1 - Evolução do número de robôs industriais de seis eixos no Brasil

Se por um lado a importação de robôs desestimula a produção de novos projetos de robôs industriais no país, ocasionado principalmente pelo baixo custo com que estes são

ofertados no mercado internacional, por outro lado não se pode abandonar pesquisas nesta área pois existem diversos nichos em que a aplicação de projetos especiais viabilizam o desenvolvimento nacional. Neste sentido, para que a inovação tecnológica ocorra, faz-se necessário uma conjunção tríplice de esforços: do setor produtivo, dos centros de pesquisa, e de incentivos por parte do governo.

Felizmente esta conjunção começou a despontar no Brasil ainda na última década do século XX, período em que o país passou por uma onda eufórica de desenvolvimento, ocasionada por uma série de fatores sócio-político-econômico, que tinham na sua raiz os efeitos advindos da “era da informação” que recém iniciava-se.

Neste contexto em particular, a Companhia Paranaense de Energia Elétrica – COPEL com o seu centro de pesquisas - LACTEC, pelo lado do setor produtivo, percebeu o potencial benefício que poderia advir no uso de um robô aplicado na manutenção de suas unidades geradoras. Assim, ao realizar parceria com a Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, por sua reconhecida competência em pesquisas tecnológicas para tal aplicação, criou-se o cenário adequado para que juntos, com apoio de financiamento a fundo perdido por parte do Ministério da Ciência e Tecnologia – MCT (pelo lado do governo do Brasil), fosse possível iniciar o projeto e construção do Roboturb. A aplicação em um local de trabalho não trivial para os robôs comercialmente disponíveis, bem como a disponibilidade de competências para desenvolvê-lo foram requisitos de grande influência na viabilização deste projeto.

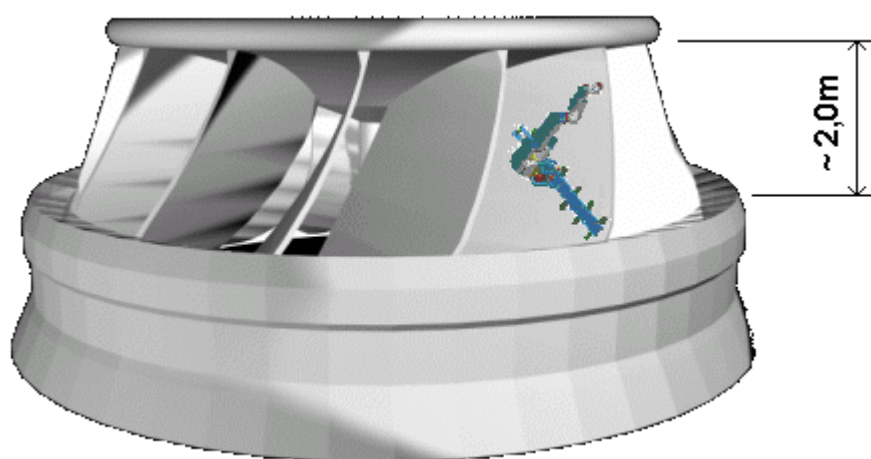


Figura 1.2 - Turbina Francis com robô montado sobre trilho numa das pás

Com o intuito de realizar a recuperação de rotores de turbinas hidráulicas de grande porte, está em desenvolvimento desde 1999, o projeto e a construção de um robô manipulador destinado, em princípio, à tarefas de soldagem. Este sistema irá depositar material nas regiões

da pá de turbinas (tipo Francis) que foram erodidas pelo efeito da cavitação. Devido ao reduzido espaço entre pás adjacentes no rotor da turbina, bem como outros fatores operacionais o projeto culminou em um robô de pequeno porte e com elevado grau de mobilidade, principalmente para poder alcançar pontos de difícil acesso, conforme pode-se visualizar pela foto(virtual) na Figura 1.2 anterior.

Desta forma, um robô manipulador com 7 GDL foi a solução mais adequada ao caso [PAD-99], [PAD-02]. Devido à grande extensão da área de uma pá de turbina, este robô necessitaria percorrer todos os pontos que estivessem cavitados. Por este motivo uma das juntas do robô foi implementada sobre um trilho flexível, fixado por ventosas e/ou por ímãs. A movimentação através deste trilho faz parte do conjunto de graus de liberdade total do robô, configurando-o assim em um manipulador com estrutura redundante.

Com o emprego do Roboturb espera-se cumprir as seguintes metas de otimização do processo de soldagem [PAD-99]:

- Elevar o tempo de operação entre reparos (típico 16000h) em 50%;
- Reduzir o consumo de arame de soldagem entre 15 e 20%;
- Reduzir em 50% o tempo de esmerilhamento pós-soldagem;
- Reduzir em 60% o tempo de retrabalho (correção dos defeitos após inspeção);
- Reduzir em 50% o custo total de recuperação dos rotores.

A possibilidade de atuar em um projeto robótico nacional real, aliado aos desafios tecnológicos que se lhe impunham, são os maiores fatores de motivação e inspiração para a execução deste trabalho além de outros em andamento (ver por exemplo [BON-02]).

1.2 Estado-da-arte

De uma forma geral o conceito atual de robótica industrial passa pela particularização de um ramo do conhecimento tecnológico denominado mecatrônica, o qual trata simultaneamente de aspectos relativos a mecânica, eletrônica, controle e processamento de informações em máquinas e instrumentos genéricos. A definição oficial de um robô industrial, dada pelo RIA em 1979 ainda reflete a atual condição da tecnologia robótica:

“Um robô industrial é um manipulador re-programável, multifuncional, projetado para mover materiais, peças, ferramentas ou dispositivos especiais em movimentos variáveis programados para a realização de uma variedade de tarefas”.

Partindo desta definição, é possível associar um robô industrial ao tipo de máquina aplicada na automação flexível [SCI-96], sendo constituída basicamente por elementos (ou elos) mecânicos acionados por atuadores a partir de um controlador que opera baseado em informações de movimentos programados e de sinais gerados por elementos sensores de realimentação. Tais elos permitem um correto posicionamento e orientação da peça ou ferramenta destinada para a tarefa. As últimas três décadas foram preponderantes no desenvolvimento de tecnologias que se refletem nos atuais robôs manipuladores industriais. Uma revisão das últimas décadas mostra que os seguintes avanços tecnológicos foram agregados à robótica:

Tabela 1.1 - Avanços tecnológicos em robótica nas últimas décadas [PIR-01]

Ano	Fronteira alcançada
1974	Acionamentos elétricos eficazes
1974	Controle micro-processado
1982	Interpolações cartesianas
1982	Comunicação via computador
1982	Uso de <i>Joy-Stick</i>
1982	Programação por menus
1984	Sistema de visão
1986	Controle digital
1986	Acionamentos em CA
1990	Interconexão em redes
1991	Controle digital de torque
1994	Modelo Dinâmico Completo
1994	Interface <i>Windows</i>
1994	Simulação em robôs virtuais
1994	Uso de <i>fieldbus</i>
1996	Cooperação entre robôs
1998	Sistemas de detecção de colisões
1998	Identificação de objetos
1998	Movimentação em alta velocidade

Atualmente o entendimento da complexidade dos robôs bem como suas aplicações requerem o conhecimento de Engenharia, além de conhecimentos de Ciências da Computação, Matemática e Economia.

O atual estado da arte na aplicação de robôs implica preponderantemente em tarefas de medição, manipulação e movimentação, que são ainda o principal objetivo destes mecanismos. Diversas capacidades de controle lógico de entrada e saída têm sido acrescentadas nos robôs industriais recentemente produzidos [SAN-01], assim como capacidades de comunicação como em redes *ethernet*, *fieldbus*, conexões seriais (RS-232, RS-485, IEEE1394, etc).

A fronteira tecnológica dos atuais manipuladores pode ser melhor visualizada através da tabela dada a seguir:

Tabela 1.2 - Estado-da-arte de robôs industriais [PIR-01]

Parâmetro	Fronteira atual
Repetitividade	Até 0,003 mm (0,1mm usualmente)
Velocidade	Até 5 m/s
Aceleração	Até 25 m/s ²
Carga admissível	A partir de 2 a 3 kg até limites ~ 350kg
Relação Peso/Carga	Em torno de 30 a 40
Número de eixos	6
Comunicação	<i>Profibus</i> , <i>Ethernet</i> , canais seriais
Capacidades de E/S	Similares a um PLC para sinais analógicos e digitais

1.3 Descrição do problema

O foco do presente trabalho está concentrado sobre o Roboturb. Quando comparado com os valores da Tabela 1.2 o Roboturb deverá apresentar os parâmetros e desempenhos decritos na Tabela 1.3

Sua principal aplicação será voltada para medição e soldagem das áreas cavitadas na pá da turbina. Neste caso, para a obtenção de soldagens de boa qualidade nas pás do rotor da turbina, foi especificado pela equipe de soldagem que o manipulador deveria efetuar

posicionamentos da tocha com repetitividade de 0,4mm, o que garantirá uma boa estabilidade ao arco voltaico [PAD-99].

Tabela 1.3 - Principais parâmetros do Roboturb [KAP-01]

Parâmetro	no Roboturb
Repetitividade	0,4 mm
Velocidade	(0,01 a 1) m/s
Aceleração	1 m/s ²
Carga admissível	2 kg
Relação Peso/Carga	10
Número de eixos	7
Comunicação	Ethernet e canais seriais
Capacidades de E/S	Similares a um PLC para sinais analógicos e digitais

A primeira junta do Roboturb é do tipo prismática, constituída por um trilho, o qual é instalado diretamente sobre a superfície da pá da turbina a ser recuperada. Este trilho é flexível o suficiente para moldar-se à geometria na pá da turbina, conforme ilustra a Figura 1.3 adiante. Cada nova instalação do sistema resultará em um novo perfil para o trilho, ocasionado pelos diferentes esforços de torção e de flexão, a que o mesmo estará sujeito, pela sua conformação geométrica na pá.

Portanto, o principal problema deste trabalho de pesquisa é a identificação da geometria tridimensional do trilho no Roboturb. A solução, que deve apresentar como resposta a rotação espacial que o trilho causa no efetuador do robô, é essencial para os algoritmos de cinemática inversa que venham a ser implementados.

Assim, torna-se imprescindível ao bom desempenho cinemático do sistema, obter a informação do perfil tridimensional do trilho. Ao que surgem importantes questões do tipo: Como estimar este perfil? Qual o nível de incerteza aceitável? Afinal, o conhecimento deste perfil deve ser obtido numa tal ordem de grandeza, cujo nível de incerteza não comprometa a repetitividade de posicionamento e orientação esperados para o efetuador do robô.

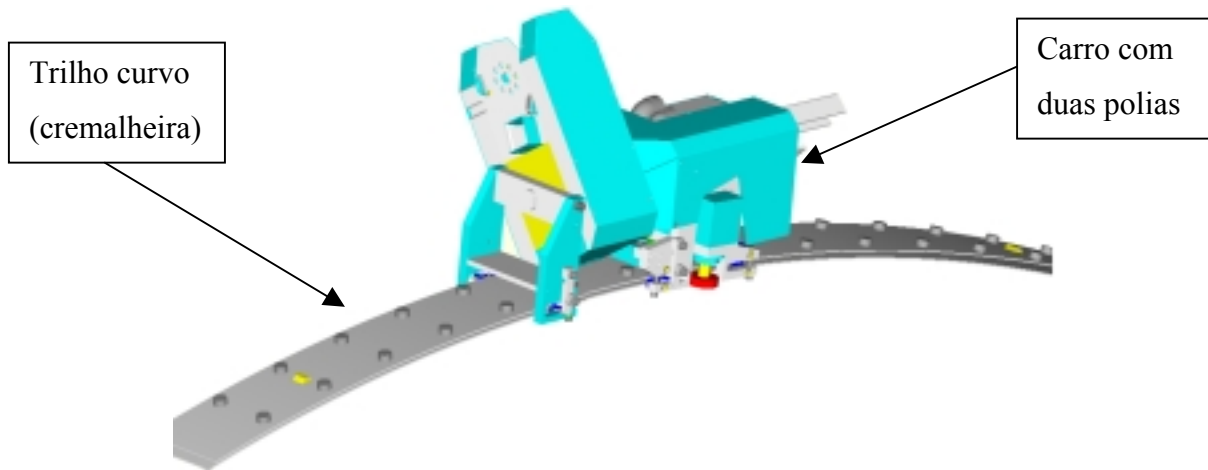


Figura 1.3 - Junta prismática do Roboturb na forma de um trilho curvilíneo

Por outro lado a tarefa de medição do trilho deve ser realizada por um sistema capaz de obter os dados rapidamente e de forma automática (fator preponderante para o sucesso da aplicação Roboturb como um todo).

Um segundo aspecto, ainda relacionado à problemática da curvatura do trilho refere-se à habilidade dos algoritmos de cinemática inversa em tratar os desvios que o trilho oferece se comparado a uma junta prismática retilínea – regular. Acrescente-se a esta questão o fato do Roboturb apresentar 7 graus de liberdade, o que o inclui na classe de robôs redundantes, dificultando ainda mais o problema. A elaboração de um algoritmo rápido e preciso para a cinemática inversa é também um desafio imposto para esta aplicação.

1.4 Estrutura do texto

A curvatura do trilho no Roboturb diz respeito à deformações originadas pela flexão e pela torção a que o mesmo está sujeito. Uma compreensão do senso matemático do que venha a ser curvatura e torção é pré-requisito para este estudo. Caso seja necessário, este assunto pode ser consultado no Anexo A. Neste mesmo anexo encontra-se ainda uma revisão sobre a interpolação de curvas através de polinômios cúbicos, cuja técnica será utilizada quando da reconstrução matemática do trilho.

No Capítulo 2 , Representação de Orientação e Posição através de Quaternions, é apresentada uma forma alternativa para tratar questões de rotações e deslocamentos de

mecanismos em robôs. A justificativa pelo uso de quaternions é gradualmente apresentada no capítulo.

A seguir, no Capítulo 3 , tem início uma conceitualização da problemática inerente à curvatura do trilho Roboturb. Neste capítulo será proposta uma modelagem matemática para descrição da geometria do trilho. Esta modelagem servirá como base para definir o sistema otimizado de medição que será empregado no trilho Roboturb. Entretanto, uma análise prévia sobre as alternativas passíveis de serem aplicadas ao caso será mostrado no Capítulo 4 . Uma discussão sobre a aplicação de cada um destes sistemas de medição e a conclusão final pela escolha de giroscópios serão tratados no Capítulo 5 .

Uma série de ensaios foram realizados buscando-se comprovar a eficiência da medição da curvatura do trilho através de giroscópios, bem como selecionar o modelo mais adequado dentre as alternativas adotadas. No Capítulo 6 serão apresentados os principais aspectos metodológicos adotados nestes ensaios. Será mostrada na seção 6.3 uma primeira tentativa de validação do sistema de medição com giroscópio. E, ao final do capítulo, após a aplicação de uma série de testes estatísticos, serão apresentados os argumentos que levaram à escolha dos modelos de giroscópio mais adequados a cada uma das situações.

No Capítulo 7 , Cinemática Inversa – *uma proposta para validar o SM*, será adotado um critério particular para solução do problema da cinemática inversa do Roboturb. O principal objetivo desta proposta será a busca pela confirmação da eficácia do sistema de medição da curvatura do trilho através de giroscópio. No seu desenvolvimento será encontrado um uso maciço da teoria sobre quaternions e, por esta razão, este capítulo pode ser tomado como um interessante caso prático na aplicação de quaternions em robótica.

Por fim, o Capítulo 9 traz um resumo sobre o sistema computacional desenvolvido em ambiente de programação LabVIEW, para o controle e operação do Roboturb inerente a este trabalho. São também mostrados os resultados obtidos na compensação cinemática da curvatura do trilho.

Capítulo 2 Representação de Orientação e Posição através de Quaternions

Os quaternions são tipicamente empregados como elementos descritores de rotações no espaço. Assim, neste capítulo, faz-se primeiramente uma revisão a respeito dos principais conceitos, teorias e equações a respeito de rotações no espaço tratadas de forma vetorial. Após uma contextualização sobre a aplicação de quaternions, revisa-se detalhadamente como utilizar um quaternion unitário para representar uma rotação. Ao final do capítulo abordam-se teorias que estendem as conveniências da aplicação dos quaternions para a representação de posição a partir de deslocamentos helicoidais.

2.1 Rotações

A modelagem matemática tradicionalmente empregada para descrever rotações no espaço é realizada através do emprego de matrizes de rotação $\mathbf{R}(3 \times 3)$. Esta abordagem tem sido por muitos anos utilizada no campo de estudos da robótica, e é amplamente coberta pela literatura da área. Dentre inúmeras publicações destacam-se os trabalhos de Paul [PAU-81], Craig [CRA-89], Sciavicco [SCI-96] e Tsai [TSA-99].

A fim de representar a orientação espacial de um corpo rígido em relação a um frame¹ de referência, uma matriz de rotação \mathbf{R} é a matriz que descreve a projeção de um frame preso a este corpo em relação àquele frame de referência. A visualização do significado de uma matriz de rotação, bem como seu equacionamento, pode ser observado pela Figura 2.1 e apresentado pela equação (2.1).

¹ O termo *frame* será utilizado para expressar uma terna (x, y, z) de vetores unitários ortonormais formadores de uma base vetorial canônica tal que $\mathbf{x}=\mathbf{y} \times \mathbf{z}$ representa um sistema destro de referência de coordenadas.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r^T \mathbf{x} & \mathbf{y}_r^T \mathbf{x} & \mathbf{z}_r^T \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_r^T \mathbf{y} & \mathbf{y}_r^T \mathbf{y} & \mathbf{z}_r^T \mathbf{y} \\ \mathbf{x}_r^T \mathbf{z} & \mathbf{y}_r^T \mathbf{z} & \mathbf{z}_r^T \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

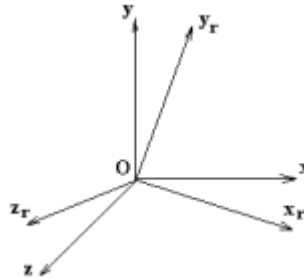


Figura 2.1 - Rotação no espaço

Além do fato desta matriz apresentar o valor de seu determinante igual à unidade, outra propriedade importante de \mathbf{R} inclui sua ortogonalidade, o que significa que a inversa desta matriz pode ser obtida pela transposição de seus termos, conforme a expressão (2.2) a seguir.

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T \quad (2.2)$$

Sucessivas rotações, aplicadas ao corpo rígido, podem então ser matematicamente modeladas pela multiplicação de cada uma das matrizes que expressam tais rotações. Particularmente, se as rotações forem aplicadas com relação a um frame de referência fixo, então deve ser realizada uma pré-multiplicação das matrizes; enquanto que se forem aplicadas com relação a um frame móvel, então deve ser realizada uma pós-multiplicação das matrizes, conforme será mostrado pelas equações (2.7) e (2.8) adiante.

Como \mathbf{R} é ortogonal e com determinante igual a unidade, isto torna-a uma matriz redundante, ou seja, apesar de possuir nove termos, ela apresenta apenas três graus de liberdade efetivos. De fato, como demonstrou Euler em seu teorema [KUM-03]

“Qualquer deslocamento de um corpo rígido, tal que um ponto O deste corpo permanece fixo, é equivalente a uma rotação em torno de um eixo fixo que passa por este ponto”,

a matriz de rotação pode também ser interpretada a partir da rotação de um ângulo Φ em torno de um eixo principal (\mathbf{e}), situação esta em que apenas quatro parâmetros são empregados para descrever o movimento rotacional, conforme mostra a Figura 2.2 a seguir.

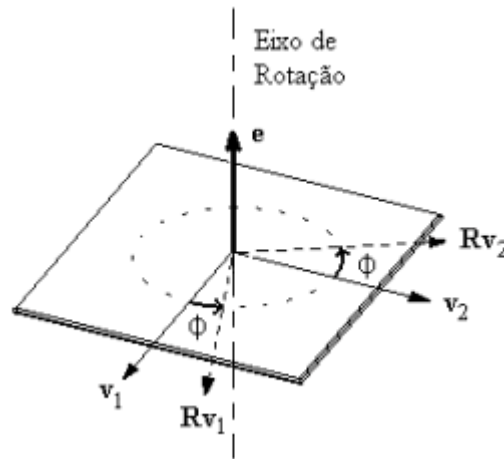


Figura 2.2 - Rotação em torno de um eixo

Nesta ilustração percebe-se que a orientação dos vetores \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 é alterada por uma matriz de rotação \mathbf{R} de um ângulo Φ em torno do eixo de rotação descrito pelo vetor \mathbf{e} .

Neste caso onde apenas quatro elementos descrevem completamente a rotação, a matriz \mathbf{R} pode ser equacionada pela fórmula de Rodrigues aplicada a uma rotação espacial, conforme a equação (2.3) a seguir.

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} \cdot \cos \Phi + \mathbf{e}^T \mathbf{e} \cdot (1 - \cos \Phi) + \hat{\mathbf{e}} \cdot \sin \Phi \quad (2.3)$$

$$\text{onde } \hat{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} 0 & -e_z & e_y \\ e_z & 0 & -e_x \\ -e_y & e_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

E mais detalhadamente em (2.5), cuja dedução pode ser obtida em [TSA-99] e [KUM-03] dentre outras fontes:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} e_x^2(1 - \cos \Phi) + \cos \Phi & e_x e_y(1 - \cos \Phi) - e_z \cdot \sin \Phi & e_x e_z(1 - \cos \Phi) + e_y \cdot \sin \Phi \\ e_x e_y(1 - \cos \Phi) + e_z \cdot \sin \Phi & e_y^2(1 - \cos \Phi) + \cos \Phi & e_y e_z(1 - \cos \Phi) - e_x \cdot \sin \Phi \\ e_x e_z(1 - \cos \Phi) - e_y \cdot \sin \Phi & e_y e_z(1 - \cos \Phi) + e_x \cdot \sin \Phi & e_z^2(1 - \cos \Phi) + \cos \Phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Neste ponto pode-se então compreender claramente as seguintes matrizes de rotações elementares em torno dos eixos principais do frame de referência, quais sejam: rotação de um ângulo φ em torno do eixo de z , rotação de um ângulo θ em torno do eixo de y , e rotação de um ângulo ψ em torno do eixo de x , conforme as equações:

$$\mathbf{R}_x(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_z(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Tais rotações elementares constituem a base para uma representação mínima de rotações espaciais, uma vez que é possível expressar genericamente qualquer rotação como uma seqüência de três destas rotações elementares. Ou seja, a obtenção da matriz de rotação de um corpo rígido, pode então ser obtida pelo produto das matrizes de rotações elementares conforme descrito nas equações (2.7) e (2.8), conforme se considerem frames fixos ou frames móveis, respectivamente.

$$\mathbf{R}_{RPY} = \mathbf{R}_z(\varphi) \cdot \mathbf{R}_y(\theta) \cdot \mathbf{R}_x(\psi) \quad (2.7)$$

$$\mathbf{R}_{Euler} = \mathbf{R}_1(\alpha) \cdot \mathbf{R}_2(\beta) \cdot \mathbf{R}_3(\gamma) \quad (2.8)$$

No caso da equação (2.8) os eixos de referência 1, 2 e 3 podem ser escolhidos livremente a partir de um conjunto de doze opções apresentadas por Euler, a saber: xyx, xyz, xxz, xzy, yzy, yzx, yxy, yxz, zxz, zxy, zyz e zyx; com os ângulos $\alpha\beta\gamma$ correspondentes aos respectivos ângulos $\varphi\theta\psi$ daqueles eixos de Euler selecionados.

Na equação (2.7), baseada no princípio das rotações sucessivas relativas a um frame fixo, identifica-se os ângulos de rolamento (φ), guinamento (θ) e arfagem (ψ), os quais são largamente empregados em sistemas de navegação. Tais ângulos são também conhecidos na literatura como *roll*, *pitch* e *yaw* e formam o sistema RPY de representação mínima das rotações no espaço.

2.2 Quaternions

Os quaternions, também chamados de números hipercomplexos, têm sua origem atribuída a Sir William Rowan Hamilton que, no ano de 1847, publicou seu trabalho “*On Quaternions*” [HAM-847]. Nesta ocasião Hamilton esperava que esta sua nova teoria sobre a generalização de números complexos fosse aplicada por todo o conhecimento físico, mas, neste aspecto viu-se frustrado. Por serem limitados a três dimensões, e mesmo assim, para tensores de posto não maiores do que a unidade, os quaternions foram logo destituídos pelas

teorias do cálculo vetorial [KAT-97]. De qualquer maneira Hamilton teve seu talento reconhecido na história por outras idéias suas que levaram à mecânica Hamiltoniana. Apesar da teoria sobre quaternions ter sido empregada por Maxwell em seu Tratado Sobre Eletromagnetismo [MAX-873], até os dias atuais ela ainda permanece como um curioso e obscuro tema a ser explorado por matemáticos. Neste aspecto, por exemplo, o matemático Razon [RAZ-01] relata em seu trabalho uma “misteriosa” relação entre a álgebra $[x_0, x_1, x_2, x_3]/(x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$ e a álgebra dos quaternions, um comentário particular deste autor, mas que exemplifica o quanto ainda há para ser explorado neste campo.

Entretanto, uma aplicação importante onde se destaca o uso dos quaternions é na representação de rotações espaciais. Neste sentido, os quaternions foram uma ferramenta matemática adequada para formalizar o método dos quatro parâmetros, proposto por Euler em 1770. Graças a esta peculiaridade os quaternions obtiveram espaço para diversas aplicações em mecânica clássica, mecânica quântica [ALE-98], teoria da relatividade, química molecular [MOS-00] dentre outras áreas do conhecimento científico e tecnológico.

Mukundam em seu artigo “*Quaternions: From Classical Mechanics to Computer Graphics, and Beyond*” [MUK-02] relata diversas aplicações de quaternions para computação gráfica, especialmente em animações 3D, controle de visualizações, fractais e realidade virtual.

Nas publicações de Werz [WER-78] e Katz [KAT-97] o uso dos quaternions em aplicações de (aero-)navegação e de controle de atitude em satélites orbitais é amplamente detalhado. Na literatura aeronáutica encontram-se ainda relatos do uso de quaternions em equipamentos para simuladores de voo.

No campo de estudos da robótica, os quaternions têm sido empregados tanto no controle do efetuador final como na predição estimativa do posicionamento de robôs móveis. Lizarralde [LIZ-95a,b] descreve um algoritmo de controle do movimento de robôs que dispensa realimentação de velocidade angular através do uso de um filtro quaterniônico não linear. Neste sentido ainda, Xian *et alli* [XIA-03] fazem uma abordagem sobre controladores adaptativos para controle no espaço de trabalho de robôs manipuladores redundantes através de realimentação modelada com quaternions.

Já nas aplicações de robôs móveis os quaternions têm importante uso em conjunto com a elaboração de algoritmos de filtros de Kalman (ver Anexo F). Com tais filtros pode-se

estimar com baixa incerteza a posição em tempo real, principalmente com medições obtidas a partir de sensores inerciais, como bem demonstram Marins *et alli* [MAR-01], Godard [GOD-98] e Roumeliotis [ROU-99] em suas pesquisas.

Para finalizar e ainda comentando sobre robótica, os quaternions podem servir como suporte matemático na fase de síntese em projetos de robôs. Perez [PER-02] relata uma aplicação para síntese de robôs de cadeia serial, enquanto Krovi [KRO-98] descreve, um procedimento para síntese de robôs de cadeia paralela, ambos trabalhos utilizam quaternions em suas formulações.

Em geral, a pesquisa de aplicações envolvendo quaternions no campo da robótica intensificou-se nas últimas duas décadas.

2.3 Representação de rotações através de quaternions

Além das formas para representar rotações, descritas na seção 2.1, nesta seção mostra-se que outras alternativas, utilizando quaternions unitários, já estão desenvolvidas. A representação matemática da orientação [WER-78] pode ser realizada de diversas maneiras, a saber: matriz de cossenos diretores, ângulos de Euler, vetor de Gibbs, ângulo e eixo de Euler, além dos parâmetros simétricos de Euler (ou quaternions). Cada uma destas formas apresenta vantagens e desvantagens de uso dependente da aplicação em foco. A representação da orientação através de quaternions é particularmente adequada ao tratamento computacional em sistemas de tempo real. Sua representação é reduzida, não induz a singularidades, é de simples manipulação (dispensa o uso de funções trigonométricas) e possui estreita relação com o uso de giroscópios.

A álgebra dos quaternions, conforme apresentada no Anexo A, é a forma natural na qual pode-se representar e manipular rotações espaciais pelo método dos parâmetros de Euler [WHI-00], [GAL-01], [JAN-02] e [SCH-02]. Para uma compreensão adequada deste princípio de representação matemática pode-se inicialmente recorrer a uma visualização de uma rotação no plano, para daí então abstrair o conceito para o espaço tridimensional.

Uma rotação no plano pode ser representada matematicamente através do uso de números complexos na medida em que se obedeça a equação (2.9), ou seja:

$$\mathbf{r}_{2D} = \cos \Phi + \mathbf{i} \sin \Phi = e^{i\Phi}, \quad (2.9)$$

onde \mathbf{i} é o vetor unitário complexo tal que $\|\mathbf{i}\|^2 = 1$, e Φ um ângulo de rotação.

Então, a aplicação de sucessivas rotações $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ pode ser aritmeticamente compreendida como sucessivos produtos de (2.9) na forma:

$$\mathbf{r}_{S2D} = e^{i(\Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n)} = e^{i\Phi_1} \cdot e^{i\Phi_2} \dots e^{i\Phi_n} = \mathbf{r}_{\Phi_1} \cdot \mathbf{r}_{\Phi_2} \dots \mathbf{r}_{\Phi_n} \quad (2.10)$$

Estendendo agora este conceito para números hipercomplexos, pode-se representar uma rotação no espaço 3D através da equação (2.11) abaixo:

$$\mathbf{q} = \cos \Phi + \mathbf{e} \cdot \sin \Phi, \quad (2.11)$$

onde \mathbf{e} é um vetor hipercomplexo unitário de norma $\|\mathbf{e}\|^2 = 1$, mapeado no espaço cartesiano 3D, e Φ um ângulo de rotação em torno deste vetor \mathbf{e} , nos mesmos termos em que foi apresentado na Figura 2.2. Já o termo \mathbf{q} é um quaternion unitário² (com norma $\|\mathbf{q}\|^2 = 1$), e cujos elementos podem ser expressos por:

$$\mathbf{q} = q_r + \mathbf{q}_v = q_r + \mathbf{i} \cdot q_x + \mathbf{j} \cdot q_y + \mathbf{k} \cdot q_z, \quad (2.12)$$

onde q_r é a parte real do quaternion, dada por:

$$q_r = \cos \Phi, \quad (2.13)$$

e \mathbf{q}_v é a parte vetorial hipercomplexa do quaternion cujos componentes são dados por:

$$\begin{aligned} q_x &= e_x \cdot \sin \Phi \\ q_y &= e_y \cdot \sin \Phi \\ q_z &= e_z \cdot \sin \Phi \end{aligned} \quad (2.14)$$

² Ver Anexo A sobre álgebra dos quaternions

Agora, aplicando uma rotação dada por \mathbf{q} sobre um ponto $P(p_x, p_y, p_z)$ cujas coordenadas são mapeadas no espaço vetorial hipercomplexo ($\mathbf{p}=0+\mathbf{i}.p_x+\mathbf{j}.p_y+\mathbf{k}.p_z$), é possível provar que a aplicação do produto descrito por (2.15) resultará em outro ponto \mathbf{p}' rotacionado em torno da origem. Assim, dada a equação:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{q}.\mathbf{p}.\mathbf{q}^{-1}, \quad (2.15)$$

onde \mathbf{q}^{-1} é o inverso de \mathbf{q} , e cujo valor é igual ao conjugado \mathbf{q}^c de \mathbf{q} , uma vez que $|\mathbf{q}| = 1$, ou seja, se \mathbf{q} é definido como em (2.11) então:

$$\mathbf{q}^{-1} = \cos \Phi - \mathbf{e} \sin \Phi = q_r - \mathbf{i}.q_x - \mathbf{j}.q_y - \mathbf{k}.q_z \quad (2.16)$$

Quando a (2.11) é substituída em (2.15) obtem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}' &= (\cos \Phi + \mathbf{e} \sin \Phi).\mathbf{p}(\cos \Phi - \mathbf{e} \sin \Phi) \\ \mathbf{p}' &= \cos^2 \Phi \mathbf{p} + 2 \sin \Phi \cos \Phi \mathbf{e} \times \mathbf{p} - \sin^2 \Phi (\mathbf{e} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{e} + \sin^2 \Phi (\mathbf{e}^T \mathbf{p}) \mathbf{e} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Onde o produto vetorial triplo pode ser substituído pela expressão [LIP-72]:

$$(\mathbf{e} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{e} = \mathbf{p} - (\mathbf{e}^T \mathbf{p}) \mathbf{e} \quad (2.18)$$

Que então ao ser substituída em (2.17) permite obter a equação

$$\mathbf{p}' = (\cos^2 \Phi - \sin^2 \Phi) \mathbf{p} + 2 \sin^2 \Phi (\mathbf{e}^T \mathbf{p}) \mathbf{e} + 2 \cos \Phi \sin \Phi \mathbf{e} \times \mathbf{p} \quad (2.19)$$

Neste ponto, pode-se perceber na equação acima, a presença de relações trigonométricas de arco duplo, que quando devidamente substituídas levam-na à forma:

$$\mathbf{p}' = \cos(2\Phi) \mathbf{p} + [1 - \cos(2\Phi)] (\mathbf{e}^T \mathbf{p}) \mathbf{e} + \sin(2\Phi) \mathbf{e} \times \mathbf{p} \quad (2.20)$$

Quando esta última expressão é comparada com a (2.3) percebe-se que a transformação em questão é uma rotação do ponto \mathbf{p} através de um ângulo 2Φ em torno do eixo \mathbf{e} . Ou seja, (2.21) é a nova expressão para caracterizar uma rotação pelo ângulo $\Phi' = 2\Phi$ em torno do eixo \mathbf{e} :

$$\mathbf{p}' = \mathbf{q}.\mathbf{p}.\mathbf{q}^{-1}, \quad (2.21)$$

onde \mathbf{q} é o quaternion unitário descrito pelo ângulo Φ' :

$$\mathbf{q} = \cos\left(\frac{1}{2}\Phi'\right) + \mathbf{e}.\text{sen}\left(\frac{1}{2}\Phi'\right) \quad (2.22)$$

2.3.1 Relações entre quaternion e matriz de rotação

Quando considerada em termos dos componentes real e vetorial do quaternion, conforme já descrito pela relação (2.12), a equação (2.19) se transforma em:

$$\mathbf{p}' = (q_r^2 - \mathbf{q}_v^2)\mathbf{p} + 2(\mathbf{q}_v^T \mathbf{p})\mathbf{q}_v + 2q_r \mathbf{q}_v \times \mathbf{p} \quad (2.23)$$

Que então reescrevendo sob a forma matricial fica como:

$$\mathbf{p}' = (q_r^2 - q_x^2 - q_y^2 - q_z^2) \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} q_x^2 & q_x q_y & q_x q_z \\ q_x q_y & q_y^2 & q_y q_z \\ q_x q_z & q_y q_z & q_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -2q_r q_z & 2q_r q_y \\ 2q_r q_z & 0 & -2q_r q_x \\ -2q_r q_y & 2q_r q_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Sendo que então a matriz de rotação \mathbf{R} , tal que $\mathbf{p}' = \mathbf{R} \cdot \mathbf{p}$, pode ser extraída a partir dos termos de um quaternion, conforme (2.25) a seguir:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_r^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2 & 2q_x q_y - 2q_z q_r & 2q_x q_z + 2q_y q_r \\ 2q_y q_x + 2q_z q_r & q_r^2 - q_x^2 + q_y^2 - q_z^2 & 2q_y q_z - 2q_x q_r \\ 2q_z q_x - 2q_y q_r & 2q_z q_y + 2q_x q_r & q_r^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Por outro lado, o quaternion correspondente a uma dada matriz de rotação \mathbf{R} pode ser obtido a partir das relações (2.26) a (2.29).

$$q_r = \pm \frac{1}{2} (1 + r_{11} + r_{22} + r_{33})^{1/2} \quad (2.26)$$

$$q_x = \frac{1}{4q_r} (r_{32} - r_{23}) \quad (2.27)$$

$$q_y = \frac{1}{4q_r} (r_{13} - r_{31}) \quad (2.28)$$

$$q_z = \frac{1}{4q_r}(r_{21} - r_{12}) \quad (2.29)$$

Deve-se aqui salientar que existe uma ambigüidade relativa ao cálculo do sinal destes parâmetros. Uma rápida observação em (2.25) mostra que a troca dos sinais de todos os parâmetros do quaternion não afeta a matriz de rotação correspondente.

As relações (2.26) a (2.29) expressam uma de quatro formas possíveis de se obter o quaternion a partir de uma matriz de rotação **R**. Neste sentido também poderiam ser empregadas as seguintes relações.

$$q_x = \pm \frac{1}{2}(1 + r_{11} - r_{22} - r_{33})^{1/2}, \quad (2.30)$$

$$q_y = \frac{1}{4q_x}(r_{12} + r_{21}), \quad (2.31)$$

e assim sucessivamente. Nestes casos, todos os métodos são numericamente equivalentes. Porém estão sujeitos a diferentes níveis de incerteza computacional, que é afetada pelo denominador quando este assume valores próximos a zero.

2.3.2 Relações entre quaternion e ângulos de Euler

A modelagem de rotações no espaço através de quaternions é obtida a partir da premissa de que o frame de referência encontra-se fixo. Entretanto, como se sabe a respeito dos ângulos de Euler, a seqüência $\varphi\theta\psi$ para ângulos em torno dos eixos zyx quando calculada conforme mostrado na equação (2.8) apresenta numericamente a mesma matriz de rotação daquela obtida com os ângulos RPY. Assim, ângulos RPY (ou Euler zyx) estão diretamente ligados à estrutura de formação de um quaternion de rotação. Na formulação a seguir, que mostra como estão inseridos os ângulos de Euler dentro de um quaternion de rotação, serão utilizadas as letras gregas φ , θ e ψ para expressar os ângulos de Euler da seqüência zyx.

Considerando os quaternions de rotação \mathbf{q}_φ , \mathbf{q}_θ e \mathbf{q}_ψ como os quaternions obtidos a partir das rotações elementares conforme mostrado pela equação (2.6), pode-se obter o quaternion de rotação geral a partir da seguinte formulação:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_\varphi \cdot \mathbf{q}_\theta \cdot \mathbf{q}_\psi$$

$$\mathbf{q} = \left(\cos \frac{\varphi}{2} + \mathbf{k} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \right) \left(\cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{j} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \right) \left(\cos \frac{\psi}{2} + \mathbf{i} \cdot \sin \frac{\psi}{2} \right)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\psi}{2} \\ \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\psi}{2} - \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\psi}{2} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Portanto, conhecidos os ângulos de Euler da seqüência zyx é possível obter o quaternion correspondente através da expressão (2.32) acima.

Já o procedimento contrário, ou seja, a extração dos ângulos de Euler da seqüência zyx, deve passar primeiramente pela obtenção da respectiva matriz de rotação do quaternion, como mostrado anteriormente na equação (2.25). A partir da matriz de rotação, pode-se então aplicar algum procedimento clássico para extração dos ângulos, como o citado por Sciavicco [SCI-96] através das seguintes relações:

$$\varphi = \tan 2^{-1}(r_{21}, r_{11}) , \quad (2.33)$$

$$\theta = \tan 2^{-1}\left(-r_{31}, \sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}\right) \text{ e} \quad (2.34)$$

$$\psi = \tan 2^{-1}(r_{32}, r_{33}) , \quad (2.35)$$

válidas para um ângulo θ dentro do intervalo: $[-\pi/2 < \theta < \pi/2]$.

Finalmente, deve-se salientar que devido à particularidade de que o conjugado de um produto de quaternions é igual ao produto do conjugado dos mesmos quaternions em ordem contrária, pode-se facilmente trabalhar com os ângulos de Euler da seqüência xyz. Esta particularidade em relação a produtos e a conjugados será também aplicada adiante nas equações (2.42) a (2.45) e, suas propriedades podem ser consultadas em [DUC-02].

2.4 Rotações sucessivas com quaternions

Uma outra vantagem advinda do uso dos quaternions é a forma relativamente simples com que se pode combinar duas rotações individuais afim de obter o produto destas rotações aplicadas sucessivamente. Assim, se

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}') = \mathbf{R}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{R}(\mathbf{p}) \quad (2.36)$$

então, pela substituição da equação (2.25) na equação (2.36) pode-se constatar [WER-78] que:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{S}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{p} \quad (2.37)$$

onde

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_r & -q_x & -q_y & -q_z \\ q_x & q_r & q_z & -q_y \\ q_y & -q_z & q_r & q_x \\ q_z & q_y & -q_x & q_r \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

O que leva à definição da operação produto rotacional de quaternions como um produto de matriz por vetor, denotada pelo símbolo (\otimes), conforme explicitada abaixo:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} \overset{\Delta}{\otimes} \mathbf{q} \quad (2.39)$$

Se a orientação angular inicial do ponto \mathbf{p} em relação à origem for definida pelo quaternion q_i , e a orientação angular final no ponto \mathbf{p}' em relação à origem for definida pelo quaternion q_f , então o efeito da equação anterior pode ser visualizado através de um diagrama de transformação rotacional conforme ilustrado na Figura 2.3 a seguir. Esta forma de se definir uma rotação utilizando quaternion, conforme descrita por (2.36), traz em si alguns benefícios e capacidades quando se considera a aplicação de sucessivas rotações a um ponto. Observe-se que a execução desta expressão envolve 16 multiplicações, enquanto o cômputo da expressão (2.36) requer 27 multiplicações. Neste sentido ainda, outro aspecto a ser considerado é a simplicidade com a qual se pode interpretar tais rotações sucessivas.

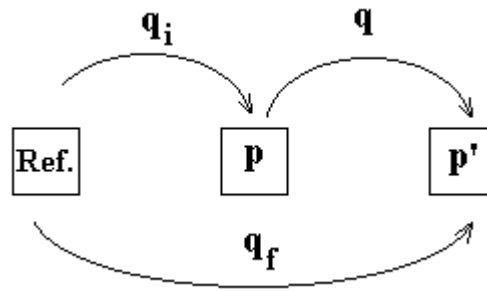


Figura 2.3 – Diagrama de rotação

Do diagrama anterior, sabendo-se que $\mathbf{q}_f = \mathbf{q}_i \otimes \mathbf{q}$, torna-se possível extrair a seguinte relação:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_i^{-1} \otimes \mathbf{q}_f \quad (2.40)$$

cuja operação de inversão de \mathbf{q}_f é a mesma como já foi apresentada em (2.16).

Seja agora, por exemplo, a aplicação de uma nova rotação definida por \mathbf{q}_2 efetuada sobre a rotação anterior descrita por (2.21) e (2.22), e descrita por um ângulo Φ_2 em torno do eixo \mathbf{e}_2 , a qual leva o ponto para a nova posição \mathbf{p}'' conforme ilustra a Figura 2.4 a seguir.

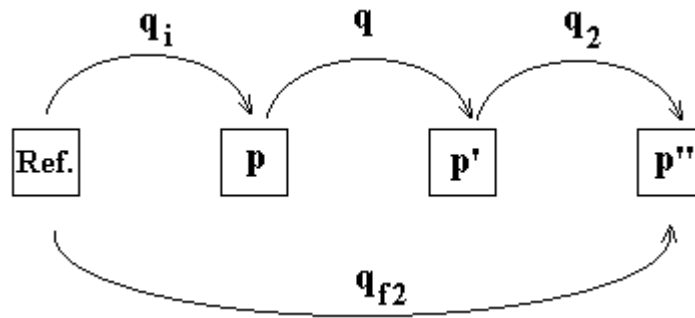


Figura 2.4 – Diagrama de rotações sucessivas

Neste caso a nova rotação final, descrita pelo quaternion \mathbf{q}_{f2} , será obtida pela simples pós-multiplicação rotacional de quaternions do resultado prévio, ou seja:

$$\mathbf{q}_{f2} = \mathbf{q}_i \otimes \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}_2 \quad (2.41)$$

Sendo que do diagrama descrito pela Figura 2.4 também podem ser extraídas as seguintes relações:

$$\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_{f2}^{-1} \otimes \mathbf{q}_i \otimes \mathbf{q} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{q}_2^{-1} = (\mathbf{q}_{f2}^{-1} \otimes \mathbf{q}_i \otimes \mathbf{q})^{-1} = \mathbf{q}^{-1} \otimes \mathbf{q}_i^{-1} \otimes \mathbf{q}_{f2} \quad (2.43)$$

Ou, que quando descritas em relação ao quaternion intermediário \mathbf{q}_f recaem nas relações (ver também Figura 2.3):

$$\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_{f2}^{-1} \otimes \mathbf{q}_f \quad (2.44)$$

$$\mathbf{q}_2^{-1} = (\mathbf{q}_{f2}^{-1} \otimes \mathbf{q}_f)^{-1} = \mathbf{q}_f^{-1} \otimes \mathbf{q}_{f2} \quad (2.45)$$

2.5 Quaternion dual

Os quaternions duais são uma categoria particular dos números duais (ver Anexo C) onde, ao invés de números reais, empregam-se números hipercomplexos. Sua representação seguindo a notação de quaternion descrita em (B.6) bem como a notação de número dual em (C.1) fica como:

$$\overset{\vee}{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_a + \varepsilon \mathbf{q}_b \quad (2.46)$$

onde \mathbf{q}_a é o quaternion da parte não dual de $\overset{\vee}{\mathbf{q}}$ e, \mathbf{q}_b é o quaternion da parte dual de $\overset{\vee}{\mathbf{q}}$.

Para os quaternions duais são válidas as mesmas relações algébricas dos quaternions de números reais mostradas no Anexo A.

Atualmente, no estudo da robótica, os quaternions duais vêm se tornando importantes devido à facilidade com que os mesmos podem ser aplicados para representar transformações homogêneas. Neste aspecto, os quaternions duais foram introduzidos para análise espacial de mecanismos em 1964 por Yang e Freudenstein [YAN-64]. Trabalhos de pesquisa recentes, na área de robótica, envolvendo a aplicação de quaternions duais, podem ser consultados em [DAN-99], [MCC-00] e [PER-01,02].

Há duas vantagens na utilização de quaternions duais. A primeira é que utilizar a álgebra de Clifford, para representação de sucessivos deslocamentos espaciais em forma de helicóides (explicado na seção 2.5.2 adiante), provê uma formulação conveniente para o equacionamento cinemático em termos de elos e juntas [KEL-00]. A segunda é que reduz o número de equações obtidas para cada deslocamento de 12 para 8 equações.

2.5.1 Representação de posição

Com a utilização de quaternions duais pode-se facilmente representar um deslocamento espacial. Além disso, pode-se ainda definir regras de transformações tão simples quanto aquelas com quaternions para representar rotação, entretanto, neste caso aplicada a uma reta ao invés de um ponto.

Conforme apresentado no Anexo C, uma reta no espaço com direção \mathbf{l} através de um ponto \mathbf{p} pode ser representada por uma sêxtupla (\mathbf{l}, \mathbf{m}) , onde \mathbf{m} é chamado momento da reta e, é igual a $\mathbf{p} \times \mathbf{l}$. Este momento é normal ao plano formado pela reta com a origem, e apresenta magnitude igual a distância entre a origem e a reta. As restrições $\|\mathbf{l}\| = 1$ e $\mathbf{l}^T \mathbf{m} = 0$ fazem com que apenas quatro graus de liberdade sejam envolvidos para representar esta reta no espaço.

Como vetores cartesianos podem ser representados por quaternions com parte real igual a zero, então não há problema em representar a reta através de um quaternion dual com a forma:

$$\check{\mathbf{l}} = \mathbf{l}_q + \varepsilon \mathbf{m}_q \quad (2.47)$$

Agora aplicando-se a esta reta uma transformação com quaternion dual unitário $\check{\mathbf{q}} = \cos \check{\Phi} + \varepsilon \sin \check{\Phi}$ nos mesmos termos da equação (2.15) obter-se-á uma nova reta $\check{\mathbf{l}}'$, ou seja:

$$\check{\mathbf{l}}' = \check{\mathbf{q}} \cdot \check{\mathbf{l}} \cdot \check{\mathbf{q}}^{-1} \quad (2.48)$$

a qual encontra-se deslocada da reta $\check{\mathbf{l}}$ por uma translação \mathbf{t} e rotacionada por uma matriz \mathbf{R} . A demonstração desta propriedade pode ser verificada pela análise apresentada a seguir.

Ao aplicar uma rotação \mathbf{R} e uma translação \mathbf{t} na reta (\mathbf{l}, \mathbf{m}) , obtém-se a reta $(\mathbf{l}', \mathbf{m}')$ cujos elementos são:

$$\mathbf{l}' = \mathbf{R} \cdot \mathbf{l} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{m}' = \mathbf{R} \cdot \mathbf{m} + \mathbf{t} \times \mathbf{R} \cdot \mathbf{l} \quad (2.50)$$

Para reescrever as duas equações anteriores utilizando quaternions ao invés de vetores, pode-se substituir a matriz de rotação \mathbf{R} pelo quaternion de rotação \mathbf{q}_R (conforme já visto na seção 2.3.1) e o produto vetorial pela relação:

$$\mathbf{e} \cdot (\mathbf{t}_v \times \mathbf{q}_v) = \frac{1}{2} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{t}^c + \mathbf{t} \cdot \mathbf{q}), \quad (2.51)$$

ou seja:

$$\mathbf{l}' = \mathbf{q}_R \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{q}_R^{-1} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{m}' = \mathbf{q}_R \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{q}_R^c + \frac{1}{2} (\mathbf{q}_R \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{q}_R^c \cdot \mathbf{t}^c + \mathbf{t} \cdot \mathbf{q}_R \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{q}_R^c) \quad (2.53)$$

Definindo-se agora um novo quaternion

$$\mathbf{q}_t = \frac{1}{2} \mathbf{t} \cdot \mathbf{q}_R, \quad (2.54)$$

e o quaternion dual

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_R + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_t, \quad (2.55)$$

pode-se escrever a seguinte equação da reta transformada:

$$\mathbf{l}' + \varepsilon \cdot \mathbf{m}' = (\mathbf{q}_R + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_t) \cdot (\mathbf{l} + \varepsilon \cdot \mathbf{m}) \cdot (\mathbf{q}_R^c + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_t^c), \quad (2.56)$$

comprovando assim a equação (2.48).

2.5.2 Quaternions duais unitários e o teorema de Chasles

O mais fundamental conceito a respeito de cinemática espacial é o teorema proposto por Chasles em 1830, embora Mozzi e Cauchy também tenham obtido resultados semelhantes [KUM-03]. Este teorema propõe que:

“A forma mais geral de deslocamento de um corpo rígido pode ser produzida por uma translação ao longo de uma reta, seguida (ou precedida) por uma rotação em torno desta reta”,

Devido a esta forma de deslocamento ser idêntica ao de um helicóide, costuma-se denominá-la por movimento helicoidal, ou ainda, como é largamente encontrada na literatura técnica internacional: movimento *screw*.

Os elementos vetoriais e escalar do quaternion dual mostram ter um significado específico em relação à cinemática de movimentos baseados em helicóides. Como o eixo de um helicóide é uma reta, o mesmo depende de quatro parâmetros; os quais junto com o ângulo de rotação (Φ) e a translação (d) ao longo do eixo, constituem os seis graus de liberdade de uma transformação homogênea para corpos rígidos.

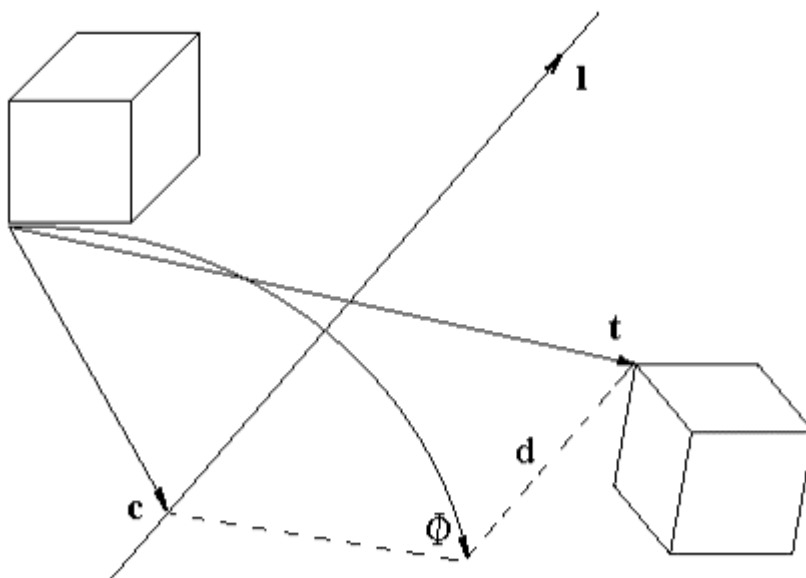


Figura 2.5 - Deslocamento espacial em helicóide

Dadas uma rotação e uma translação do corpo rígido, pode-se demonstrar³ que o respectivo quaternion dual unitário que representa este deslocamento será dado pela expressão:

$$\check{\mathbf{q}} = (q_r + \mathbf{e} \cdot \mathbf{q}_v) + \varepsilon \left[-\frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \mathbf{t}_v + \mathbf{e} \cdot \frac{1}{2} (q_r \cdot \mathbf{t}_v + \mathbf{t}_v \times \mathbf{q}_v) \right], \quad (2.57)$$

onde o quaternion não dual $(q_r + \mathbf{e} \cdot \mathbf{q}_v)$ é o quaternion extraído da rotação (conforme já visto na seção 2.3.1), e a translação \mathbf{t} é descrita em termos do espaço hipercomplexo ($\mathbf{t}_v = \mathbf{t}$).

Alternativamente o mesmo quaternion dual unitário também pode ser expresso em termos dos parâmetros do helicóide, segundo a equação:

$$\check{\mathbf{q}} = \left(\cos \frac{\Phi}{2} + \mathbf{e} \cdot \sin \frac{\Phi}{2} \right) + \varepsilon \left[-\frac{d}{2} \sin \frac{\Phi}{2} + \mathbf{e} \cdot \left(\sin \frac{\Phi}{2} \mathbf{m} + \frac{d}{2} \cos \frac{\Phi}{2} \mathbf{l} \right) \right] \quad (2.58)$$

onde o momento \mathbf{m} é aplicado ao ponto \mathbf{c} (ver Figura 2.5), ou seja, $\mathbf{m} = \mathbf{c} \times \mathbf{l}$.

Uma forma ainda mais condensada de escrever o mesmo quaternion dual unitário, em termos do ângulo dual $\check{\Phi}$ conforme a expressão (C.13) e do vetor dual $\check{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \varepsilon \cdot \mathbf{m}$ é dada por:

$$\check{\mathbf{q}} = \cos \frac{\check{\Phi}}{2} + \mathbf{e} \cdot \check{\mathbf{l}} \sin \frac{\check{\Phi}}{2} \quad (2.59)$$

A qual traz uma nítida aproximação entre rotação pura e deslocamento helicoidal.

³ Ver demonstração em [DAN-99]

Capítulo 3 Influência da Curvatura no Trilho

A curvatura formada ao longo de um trilho flexível quando o mesmo encontra-se instalado solidário à pá de uma turbina, configura-se como uma curva espacial irregular (cuja descrição formal matemática pode ser vista no Anexo A), ou seja, o trilho terá componentes de deformação em torção e em flexão. A curvatura resultante apresenta-se, quase que exclusivamente, com componentes de flexão ao longo do ângulo de arfagem quando observado sob o ponto de vista do carro que se desloca sobre o trilho. A flexão ao longo do ângulo de guinamento é muito reduzida devido à elevada rigidez transversal à flexão do trilho. O termo deformação é aplicado neste caso por melhor expressar a curvatura desconhecida, porém esperada, para o trilho. Alternativamente o termo conformação também poderia transmitir remotamente a idéia em questão, uma vez que o trilho é fixado rigidamente após deformar-se; entretanto este termo levaria erroneamente a concluir-se que o limite de deformação elástica do trilho houvera sido atingido, o que não é o caso previsto.

Um robô manipulador, tal qual o Roboturb, quando instalado sobre seu trilho, executará tarefas que envolvem o posicionamento e orientação de seu efetuator final. Estes movimentos, por sua vez, são obtidos através de algoritmos de cinemática (como será melhor descrito no Capítulo 7 adiante). Estes algoritmos deverão levar em conta a torção e curvatura neste trilho.

Academicamente, algoritmos de cinemática que envolva uma junta prismática partem da premissa que tal junta seja regular, ou seja, isento de curvaturas e/ou torções. Porém, quando apresenta geometria irregular, como o trilho ilustrado na Figura 3.1, faz-se necessário acrescentar a estes algoritmos, uma etapa de compensação cinemática, tal que elimine os desvios de posicionamento e orientação, resultantes desta irregularidade no trilho.

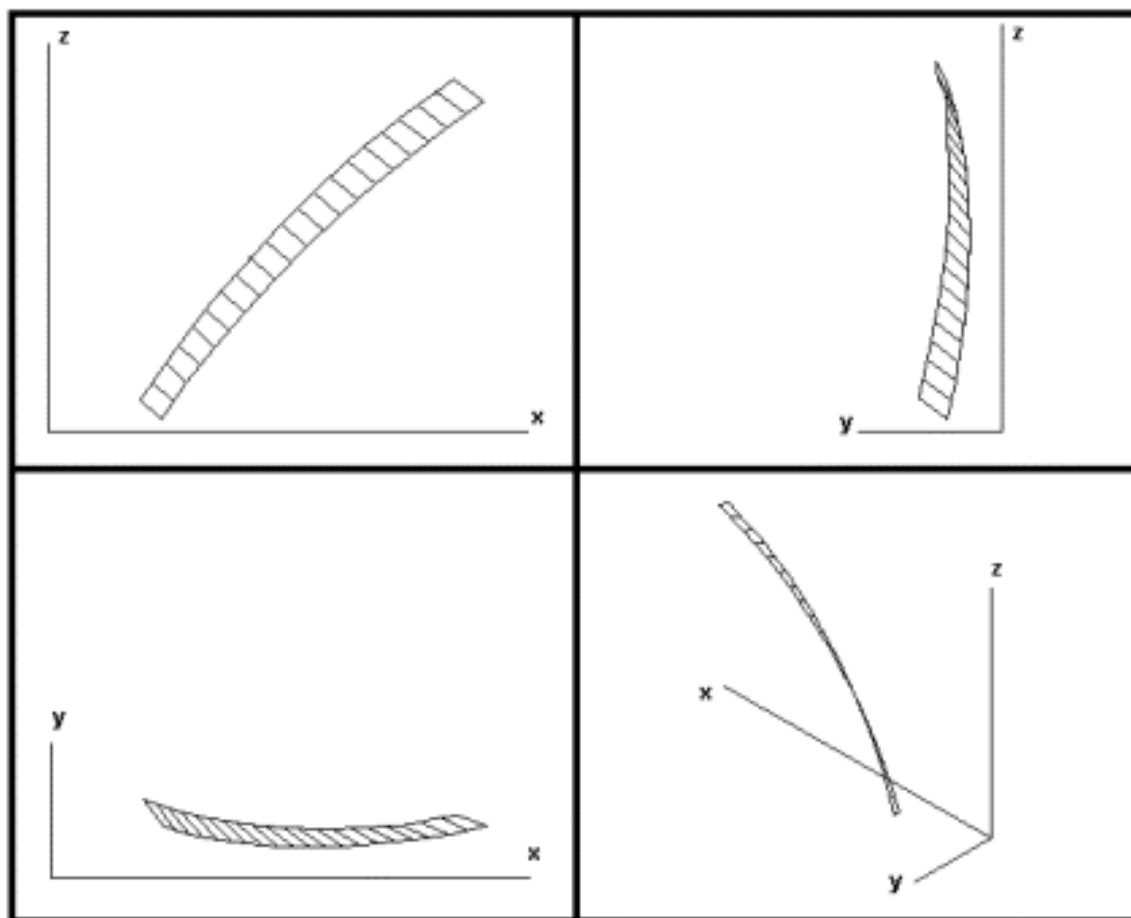


Figura 3.1 - Visualização espacial de um trilho com geometria irregular

Para uma compreensão clara do que ocorre com o desvio cinemático ocasionado por este trilho, convém analisar suas deformações isoladamente, ou seja, primeiramente compreender os efeitos que a torção pura e a flexão pura causam isoladamente na cinemática, para então a seguir analisar o efeito conjunto de tais deformações.

A análise, que é a seguir apresentada, tomará por base elementos infinitesimais de deslocamento discretizados no trilho (Δs), pois não se dispõem a priori de equação implícita, explícita ou paramétrica para representá-lo.

3.1 Torção pura no trilho

Considerando um trilho apenas com deformação de torção (τ) como ilustrado na Figura 3.2, é possível descrever seu perfil através dos diversos ângulos de torção φ_n ao longo de sua extensão.

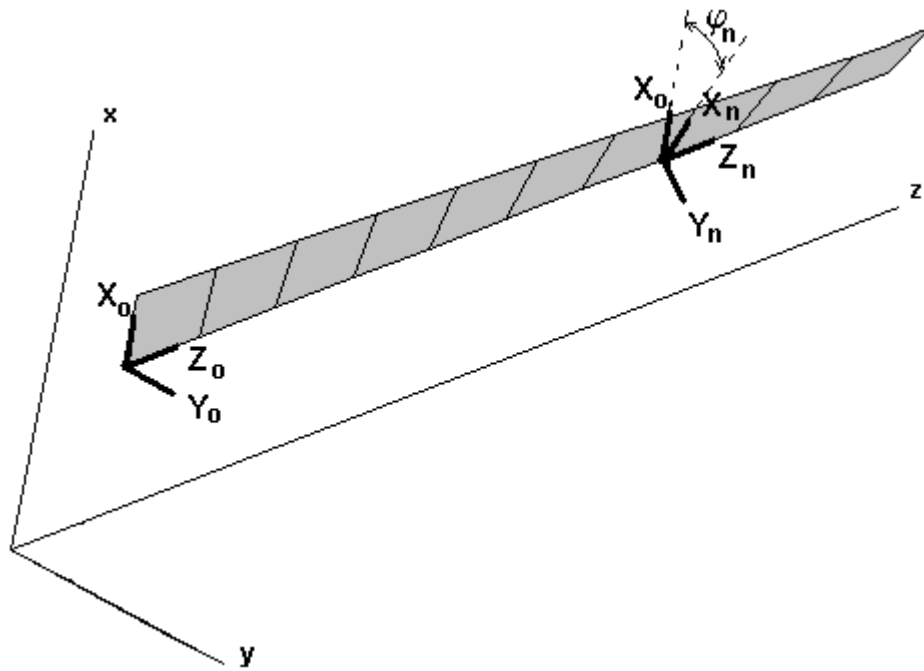


Figura 3.2 - Trilho sujeito à torção pura

Pode-se perceber neste caso que o efeito causado à cinemática do ponto que se desloque ao longo do trilho, terá apenas sua orientação alterada. Não ocorrem desvios nas coordenadas de posicionamento, como fica evidente na ilustração. Para qualquer ponto ao longo do trilho os valores das coordenadas x_n e y_n serão sempre iguais aos valores no início do trilho (quais sejam x_0 e y_0). Entretanto o mesmo não ocorre com o conjunto das coordenadas de orientação, visto que o valor de φ será alterado pelo ângulo de torção.

Neste caso o ângulo de torção em um ponto P_n com relação à origem pode ser obtido pelo somatório:

$$\varphi_n = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i \quad (3.1)$$

onde $\Delta\varphi_i = \tau_i$ representa a torção no i -ésimo ponto.

3.2 Flexão pura no trilho

Considerando agora um trilho sujeito apenas a uma deformação de flexão como ilustra a Figura 3.3, tem-se uma situação onde a curvatura (κ) no trilho é função apenas da flexão no mesmo. Neste caso, é possível descrever a curvatura no trilho através dos diversos ângulos de flexão θ_n ao longo de sua extensão.

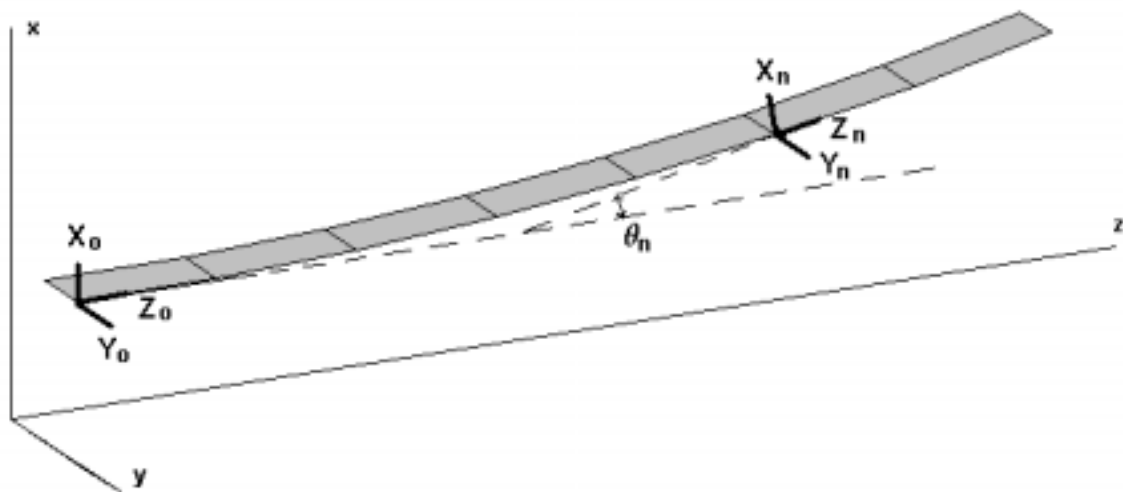


Figura 3.3 - Trilho sujeito a flexão pura

A trajetória de um ponto que se desloque por sobre o trilho partindo da origem, terá sua cinemática alterada pelos ângulos de flexão ao longo do trilho. Mais especificamente, no ponto P_n , ocorrerá uma alteração de orientação em torno do eixo y com valor θ_n , e surgirão desvios de coordenadas nos eixos x e z .

Os valores das coordenadas de posição no ponto considerado deverão ser corrigidos levando-se em conta o desvio total acumulado desde o início do trilho, onde $x_0=0$, $y_0=0$ e $z_0=0$.

Ao final do primeiro incremento Δs_1 , associado ao ângulo de flexão $\Delta\theta_1$, é possível descrever a nova posição do sistema de coordenadas de referência por:

$$x_1 = \Delta z_1 \sin \Delta\theta_1 \quad (3.2)$$

$$z_1 = \Delta z_1 \cos \Delta\theta_1 \quad (3.3)$$

E, de forma generalizada uma posição em qualquer dos pontos terá a seguinte coordenada em relação ao ponto anterior:

$$x_n^{n-1} = \Delta z_n \sin \Delta \theta_n \quad (3.4)$$

$$z_n^{n-1} = \Delta z_n \cos \Delta \theta_n \quad (3.5)$$

Sendo a posição em relação ao sistema de coordenadas de base descrita pelo somatório das coordenadas relativas anteriores dado por:

$$x_n = \sum_{i=1}^n x_i^{i-1} \quad (3.6)$$

$$z_n = \sum_{i=1}^n z_i^{i-1} \quad (3.7)$$

E, para o valor do ângulo de flexão do ponto n , dado pelo somatório:

$$\theta_n = \sum_{i=1}^n \Delta \theta_i \quad (3.8)$$

onde $\Delta \theta_i = \kappa_i$ representa a curvatura (flexão pura) no i -ésimo ponto.

3.3 Torção e flexão no trilho

Este caso, mais abrangente, reflete a situação real em que se encontrará cotidianamente a geometria do trilho no Roboturb. Sua principal característica é a ocorrência simultânea de conformações tanto de torção como de flexão, conforme ilustra a Figura 3.4 a seguir.

Neste caso, devido à interação entre o momento de flexão e o momento de torção, a curvatura ao longo do trilho não será apenas uma função da flexão no mesmo. A presença simultânea de torção (τ) e de flexão ocasiona o aparecimento de ângulos de guinamento (ψ), levando a curvatura (κ) a ser função também deste ângulo (além da flexão).

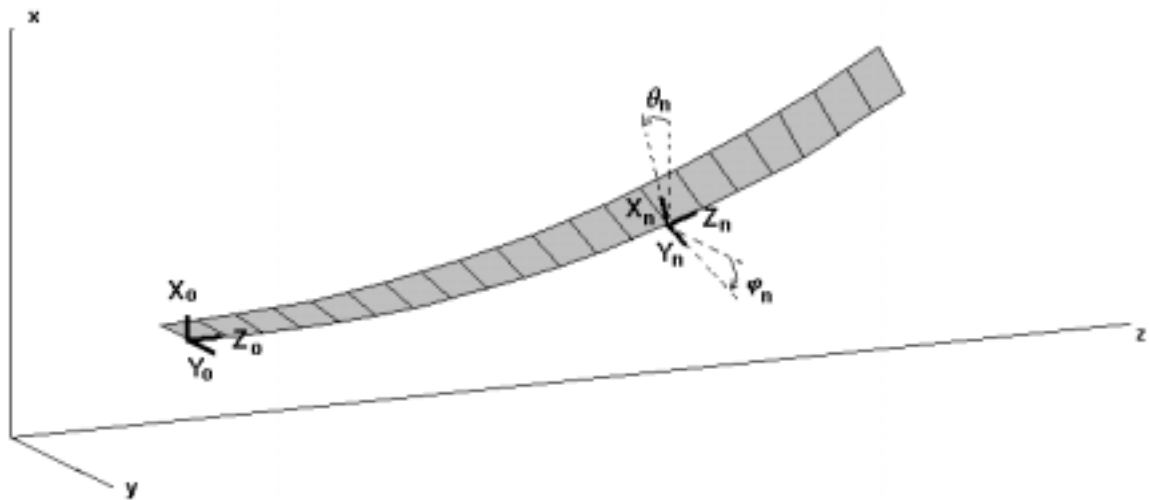


Figura 3.4 - Trilho com torção e flexão simultâneas

A seguir, é realizada uma hipótese para representação infinitesimal do trilho. Na análise em questão, no comprimento infinitesimal do trilho (Δs), é mostrada a relação matemática entre ângulos de guinamento (ψ), de flexão (θ) e de torção (φ) para um trilho deformado.

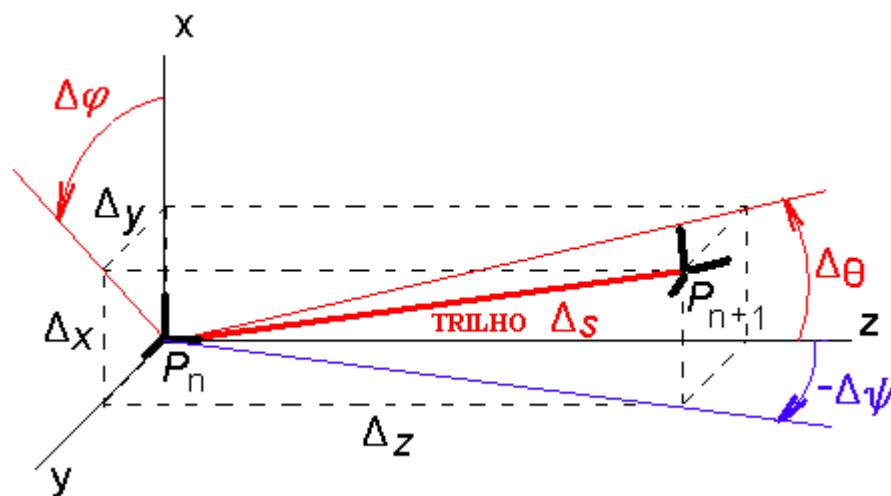


Figura 3.5 - Trecho infinitesimal do trilho

Para pequenos ângulos o valor da sua tangente pode ser considerado igual ao valor do ângulo em radianos, então:

$$\tan \Delta\varphi = \Delta\varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (3.9)$$

onde $\Delta y = \Delta z \cdot \sin(\Delta \psi)$. Mas, devido ao fato de ser possível considerar a semelhança $\Delta z \cong \Delta s$, assim como o fato de que para pequenos ângulos o valor do seno também é igual ao valor do ângulo em radianos, esta equação torna-se:

$$\Delta y = -\Delta s \cdot \Delta \psi \quad (3.10)$$

Aplicando o mesmo raciocínio para determinar o valor de Δx obtém-se:

$$\Delta x = \Delta s \cdot \Delta \theta \quad (3.11)$$

Finalmente com (3.11) e (3.10) em (3.9) chega-se a expressão:

$$\Delta \psi = -\Delta \varphi \cdot \Delta \theta \quad (3.12)$$

que mostra a nível infinitesimal a relação entre o ângulo de guinamento ($\Delta \psi$) e os ângulos de torção e flexão ($\Delta \varphi$ e $\Delta \theta$).

Logo, os valores das coordenadas de orientação num ponto P_n considerado deverão ser corrigidos levando-se em conta o desvio total acumulado desde o início do trilho.

Para o início do trilho descreve-se as coordenadas do sistema de orientação através de valores angulares nulos, ou seja:

$$[\varphi_0, \theta_0, \psi_0]^T = \mathbf{0} \quad (3.13)$$

Os quais levam à definição do quaternion de rotação inicial igual ao quaternion unitário dado por:

$$\mathbf{q}_0 = 1 + 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k} \quad (3.14)$$

E, de forma generalizada, a orientação em qualquer dos pontos tem as seguintes coordenadas de orientação em relação ao ponto anterior (ou seja, considerando-se um sistema de frames móveis):

$$\varphi_n^{n-1} = \Delta \varphi_n \quad (3.15)$$

$$\theta_n^{n-1} = \Delta \theta_n \quad (3.16)$$

$$\psi_n^{n-1} = -\Delta\varphi_n \cdot \Delta\theta_n \quad (3.17)$$

Com estes valores pode-se obter o quaternion de rotação entre cada incremento, o qual é avaliado através da expressão (2.32) tendo ainda em vista que para pequenos incrementos angulares o valor do seno se confunde com o valor do argumento em radianos. Logo este quaternion será dado pela expressão (3.18) a seguir:

$$\mathbf{q}_n^{n-1} = 1 + \frac{\Delta\psi_n}{2} \mathbf{i} + \frac{\Delta\theta_n}{2} \mathbf{j} + \frac{\Delta\varphi_n}{2} \mathbf{k} \quad (3.18)$$

Logo, através das expressões de quaternions dadas em (3.14) e (3.18) é possível avaliar o quaternion de rotação para qualquer um dos pontos incrementais, através da aplicação de sucessivos produtos rotacionais, ou seja, para o primeiro ponto incremental ter-se-á o quaternion:

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_0 \otimes \mathbf{q}_1, \quad (3.19)$$

e genericamente, para o enésimo ponto o quaternion será dado por:

$$\mathbf{q}_n = \mathbf{q}_{n-1} \otimes \mathbf{q}_n^{n-1} \quad (3.20)$$

O que permite extrair a matriz de rotação \mathbf{R}_n no ponto, conforme equação (2.25), ou ainda os ângulos de Euler através dos procedimentos descritos pela seção 2.3.2.

Por outro lado, com relação aos valores das coordenadas de posição, num ponto P_n considerado, estas também devem ser corrigidas levando-se em conta o desvio total acumulado desde o início do trilha deformado. Entretanto, para este cômputo, é necessária a aplicação de sucessivos deslocamentos através de uma expressão envolvendo quaternions duais. Esta expressão, semelhantemente à (3.20) anterior é dada por:

$$\mathbf{q}_n = \mathbf{q}_{n-1}^{\vee} \otimes \mathbf{q}_n^{\vee n-1} \quad (3.21)$$

Onde, neste caso, a parcela dual do quaternion de deslocamento é avaliada conforme visto na expressão (2.56). Assim, a translação para o primeiro ponto terá as seguintes coordenadas $\mathbf{t}_1(x_I, y_I, z_I)$:

$$x_1 = \Delta s \cdot \Delta \theta_1 \quad (3.22)$$

$$y_1 = -\Delta s \cdot \Delta \psi_1 \quad (3.23)$$

$$z_1 = \sqrt{\Delta s^2 - \Delta x_1^2 - \Delta y_1^2} \quad (3.24)$$

Que leva ao seguinte quaternion dual neste ponto:

$$\overset{\vee}{\mathbf{q}}_1 = (\mathbf{q}_0 + \varepsilon \mathbf{0}) \otimes \left(\mathbf{q}_1 + \varepsilon \frac{1}{2} \cdot \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{q}_1 \right) \quad (3.25)$$

Como, de forma generalizada, a posição em qualquer dos pontos incrementais terá as seguintes coordenadas de translação \mathbf{t}_n^{n-1} em relação ao ponto anterior:

$$x_n^{n-1} = \Delta s \cdot \Delta \theta_n \quad (3.26)$$

$$y_n^{n-1} = -\Delta s \cdot \Delta \psi_n \quad (3.27)$$

$$z_n^{n-1} = \sqrt{\Delta s^2 - \Delta x_n^2 - \Delta y_n^2} \quad (3.28)$$

É possível aplicar a equação (3.21) onde o quaternion dual de cada deslocamento incremental é dado por:

$$\overset{\vee}{\mathbf{q}}_n^{n-1} = \left(\mathbf{q}_n^{n-1} + \varepsilon \frac{1}{2} \cdot \mathbf{t}_n^{n-1} \cdot \mathbf{q}_n^{n-1} \right) \quad (3.29)$$

Para então, com base na equação (3.53), poder extrair-se as respectivas coordenadas nos pontos incrementais através da expressão:

$$\mathbf{t}_n = 2 \cdot \mathbf{q}_{t_n} \cdot \mathbf{q}_n^{-1} \quad (3.30)$$

Onde \mathbf{q}_{t_n} é a parte dual do quaternion $\overset{\vee}{\mathbf{q}}_n$ obtido pela expressão (3.21).

Capítulo 4 Sistemas de Medição Aplicáveis

Um dispositivo posicionador, tal qual um braço de robô, necessita de um meio preciso para medir posição como forma de propiciar um adequado esquema de realimentação ao servo-acionamento de cada uma de suas juntas. Esta é uma regra geral somente não aplicável para o caso de acionamento da junta em malha aberta, por exemplo através de dispositivo discretizado (como motor-de-passo) operando em malha aberta [SAN-93].

Normalmente é empregada uma estratégia de medição indireta onde a informação sobre o posicionamento de uma junta é obtida através de um *encoder* (ou outro dispositivo para medição de posicionamento angular, como *resolver*, *inductosyn*, potenciômetro, etc) instalado junto ao eixo do motor. Entretanto, o efetivo movimento da junta é deduzido a partir do valor total da redução, empregada no subsistema de transmissão dos acionamentos. Em um tal esquema de realimentação a incerteza quanto ao posicionamento da junta fica, na melhor hipótese, limitado a 50% do valor da resolução de controle (definida pelo *encoder*) transferida para o espaço de junta, conforme ilustra a Figura 4.1 a seguir.

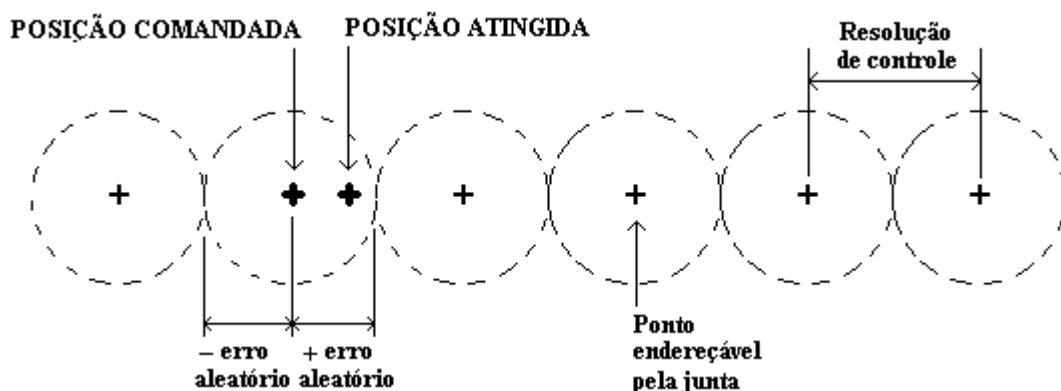


Figura 4.1 Erro aleatório de posicionamento em um robô

Esta parcela do erro total, referente ao erro de controle, é a principal responsável pela componente de erro aleatória no posicionamento de robôs e, é um fator limitante quanto a repetibilidade do robô. Além desta fonte de incerteza, outras variáveis também interferem no erro de posicionamento de um robô, podendo gerar um erro de natureza sistemática.

Uma análise preliminar quanto a origem das fontes de incerteza em um robô manipulador como o Roboturb, é proposto pelo diagrama espinha-de-peixe da Figura 4.2.



Figura 4.2 Diagrama das fontes de incerteza na postura no Roboturb

Todos os componentes deste conjunto de fontes de incerteza determinarão um valor total do erro de posicionamento do robô definido pela relação:

$$Erro_{TOTAL} = Erro_{SISTEMÁTICO} \pm Erro_{ALEATÓRIO} \quad (4.1)$$

Neste sentido, se a parcela aleatória representa uma variável cuja ordem de grandeza dificilmente pode ser otimizada, o mesmo não ocorre com a parcela sistemática do erro. Não obstante, a minimização de tais erros para dentro de uma faixa limite, imposta pelas condições da aplicação em foco, é o principal motivo que leva à realização de calibração nos robôs.

Para o caso do Roboturb, a incerteza oriunda do sistema de controle é em grande parte definida pela incerteza gerada pelo *encoder* e apresenta os seguintes valores para as juntas rotativas:

Tabela 4.1 Incertezas de posicionamento nas juntas do Roboturb devido aos encoders

Eixo	1	2	3	4	5	6	7
Δ_{Ctrl} (arcseg)	$\pm 0,52^4$	$\pm 0,43$	$\pm 0,39$	$\pm 0,18$	$\pm 0,46$	$\pm 0,57$	$\pm 0,68$

Os elementos de transmissão de movimento têm maior peso na parcela de incertezas com origem mecânica. A flexibilidade do material empregado nas correias bem como das reduções harmônicas são preponderantes neste aspecto. Uma análise da influência do sistema

⁴ A parcela de incerteza de posicionamento na junta 1 é especificada em milímetros (e não em arcseg) .

de controle combinado com as flexibilidades mecânicas das juntas rotativas, sobre a incerteza de posicionamento no espaço de trabalho do Roboturb é apresentada no Anexo E .

Considerando que um robô é uma cadeia cinemática aberta, ou seja, que o movimento no efetuador final é determinado pelo conjunto de movimentos de todas as juntas que o precede, fica evidente que o erro final será dado pelo somatório da influência de erro acrescentada em cada junta. Esta relação de influências dos erros de junta sobre a posição e orientação do efetuador final é definida pela matriz Jacobiana do robô [POL-95].

Neste sentido, seja:

$\mathbf{J}(s)$ = a matriz Jacobiana do manipulador,

\mathbf{s}_i = o vetor de coordenadas de juntas generalizadas ($i=1..n$, n =número de juntas), e

$\Delta \mathbf{s}_i$ = deslocamentos incrementais generalizados (3 GDL linear e 3 GDL angular).

Então, sabe-se que:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p}(t) \\ \Delta \mathbf{O}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{J}(s) \cdot \dot{\mathbf{s}} \quad (4.2)$$

onde: $\Delta \mathbf{p}(t) = [\Delta x(t) \ \Delta y(t) \ \Delta z(t)]^T$ é o vetor de deslocamento linear incremental do efetuador final do robô no sistema de coordenadas da base e,

$\Delta \mathbf{O}(t) = [\Delta \psi(t) \ \Delta \theta(t) \ \Delta \phi(t)]^T$ é o vetor de orientação angular incremental do efetuador final do robô no sistema de coordenadas da base.

Logo:

$$\Delta x = \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_{1i}(s) \cdot \Delta \mathbf{s}_i \quad (4.3)$$

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_{2i}(s) \cdot \Delta \mathbf{s}_i \quad (4.4)$$

$$\Delta z = \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_{3i}(s) \cdot \Delta \mathbf{s}_i \quad (4.5)$$

Onde Δx , Δy e Δz são os erros de posição do efetuador final devido aos erros das coordenadas generalizadas. Assim, para garantir o módulo do erro de posicionamento menor do que p , deverá ser satisfeita a seguinte relação:

$$(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \leq p^2 \quad (4.6)$$

que, aplicando (4.2) leva a uma forma mais geral:

$$\sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^n J_{ij} \cdot \Delta s_i \right)^2 \leq p^2 \quad (4.7)$$

Onde $p=1\text{mm}$ para o caso do Roboturb [KAP-01].

Já os erros de orientação podem ser calculados pelas relações

$$\Delta \varphi = \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_{6i} \cdot \Delta \mathbf{s}_i \quad (4.8)$$

$$\Delta \theta = \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_{5i} \cdot \Delta \mathbf{s}_i \quad (4.9)$$

$$\Delta \psi = \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_{4i} \cdot \Delta \mathbf{s}_i \quad (4.10)$$

onde $\Delta \varphi$, $\Delta \theta$ e $\Delta \psi$ são os erros dos ângulos de orientação ao longo dos eixos z, y e x respectivamente, condicionados pelos erros das coordenadas generalizadas. Alguns processos tecnológicos a serem automatizados com robôs (como soldagem por exemplo) podem exigir que as seguintes desigualdades sejam satisfeitas:

$$|\Delta \varphi| \leq \delta_{\varphi} \quad (4.11)$$

$$|\Delta \theta| \leq \delta_{\theta} \quad (4.12)$$

$$|\Delta \psi| \leq \delta_{\psi} \quad (4.13)$$

A mesma relação Jacobiana é aplicável às velocidades e acelerações entre o espaço de junta e o espaço operacional do robô, o que permite obter as influências dos erros de atrito entre as engrenagens e de flexibilidades respectivamente.

Para o caso Roboturb, o objetivo principal é a redução do efeito do erro causado pelo desconhecimento do modelo geométrico da sua junta prismática (trilho), particularmente pelos efeitos da torção e da flexão.

A solução para este problema parte da premissa de que é absolutamente necessário realizar uma medição da geometria do trilho. Para a síntese do processo de seleção de um sistema de medição adequado deve-se executar primeiramente uma análise qualitativa dos sensores aplicáveis na medição e, a seguir uma comparação quantitativa do desempenho dos sensores candidatos.

Para se proceder à compensação cinemática do desvio ocasionado pela curvatura e torção do trilho, é necessário primeiramente quantificar a intensidade e direção destes. Particularmente no que tange a um sistema de junta prismática como o trilho Roboturb, não há a primeira vista um sistema de medição aplicável de forma imediata. Após uma pesquisa tecnológica dos dispositivos de medição aplicáveis à obtenção da curvatura no trilho Roboturb chegou-se a uma lista de possibilidades não muito ampla. As tecnologias encontradas incluem:

- i) cinta de medição *Shape Tape*,
- ii) sensor de inclinação *Tilt-Sensor*,
- iii) medidor de posição angular tipo *Encoder*, e
- iv) sensores inerciais tipo giroscópios.

Uma descrição de cada uma destas tecnologias é a seguir resumidamente apresentada, e para cada uma delas, é proposto um modelo comercialmente disponível, para que se possa então proceder a uma posterior comparação entre os mesmos.

4.1 Cinta de medição *Shape Tape*

Recentemente desenvolvida, a cinta de medição *Shape Tape* é uma fita flexível, dotada de diversos sensores de fibra óptica (*Shape Sensors*) distribuídos ao longo de seu comprimento. A partir destes sensores é possível obter informações a respeito dos ângulos de torção (*roll*) e de curvatura (*pitch* e *yaw*) ao longo da mesma [MEA-02].

Seu princípio básico de funcionamento reside no emprego de fibras ópticas especialmente preparadas para perderem parte do feixe luminoso de forma proporcional à curvatura que as mesmas estiverem submetidas. A luz perdida é então contida em camadas absorventes de forma a não interagirem com o ambiente. Em uma cinta padrão, a região tratada se estende por apenas 2mm de comprimento, que são suficientes para uma curvatura acentuada da fibra. Com o tratamento destas regiões é possível detectar nas extremidades da fibra, modulações luminosas proporcionais à curvatura das mesmas. Em fibras não tratadas estas modulações também ocorrem porém com uma intensidade muito menor (cerca de 3000 vezes menor).

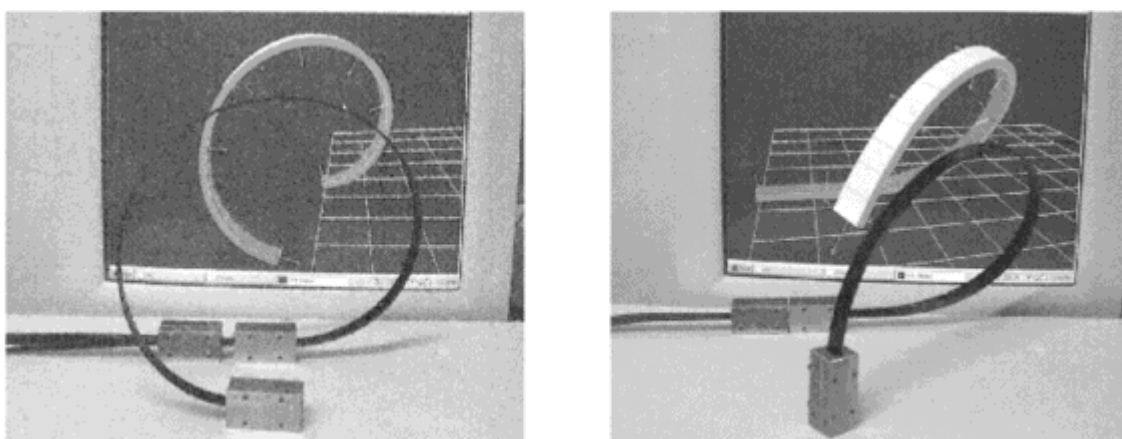


Figura 4.3 - Fita de medição *shape tape*

A modulação luminosa tem um comportamento altamente linear em relação à curvatura da fibra. A curvatura é obtida na unidade de ângulo por comprimento tratado (rad/cm) que é o inverso do raio de curvatura. Uma vantagem adicional do *shape-sensor* é sua característica bipolar, ou seja, a modulação aumenta quando submetido a curvaturas para um lado enquanto diminui se for submetido à curvaturas em sentido oposto, permitindo desta forma obter informação do sinal do ângulo de curvatura a que está submetido.

Através deste sensor é possível medir grandezas de 1 grau de liberdade (como deslocamento, curvatura, força, fluxo e aceleração). Entretanto com arranjo destes sensores de forma emparelhada (por exemplo ao longo de uma cinta) é possível obter medições de até 6 graus de liberdade com poucos sensores.

Uma avaliação de repetitividade e durabilidade de uma cinta de medição deste tipo foi realizada por Butcher e Bass [BUT-00]. Segundo os pesquisadores, testes de calibração mostraram que um par destes sensores apresentou linearidade com a curvatura superior a

99,5%, e que após a aplicação de uma força de 1000N ao longo da cinta houve uma variação nas medições menor do que 3%.

As principais características técnicas de uma cinta multiplexada, produzida pela empresa canadense Measurand Inc, modelo S1280CS são apresentadas na Tabela 4.2 a seguir:

Tabela 4.2 Parâmetros tecnológicos (sensor A): *ShapeTape*

- Faixa de calibração: $\pm 40\text{mm}$ de raio de curvatura e $\pm 22,8^\circ$ de torção
- Resolução: 0,3mm rms (em X, Y ou Z) e $0,5^\circ$ (*roll*, *pitch* ou *yaw*)
- Incerteza (após correção linear): 3mm (em X, Y ou Z)
- Taxa de aquisição: até 120 s^{-1}
- Aquisição: digital em 12 bits
- Temperatura de operação: (-20 a 50)C
- Zona sensível: cada 480mm contem 16 sensores arranjados em 8 pares
- Comprimento de sensor: cada sensor integra 60mm sobre a zona sensível
- Calibração: em três posturas (circular, uniformemente torcida e plana)
- Dimensões físicas da cinta: (1,3 x 13 x 1800)mm

4.2 Sensor de inclinação *Tilt-Sensor*

A Figura 4.4 apresenta a forma construtiva de um *tilt-sensor*, constituído por três eletrodos imersos em um líquido condutivo cuja inclinação está sujeita a ação da força gravitacional [ELL-98] [POW-01].

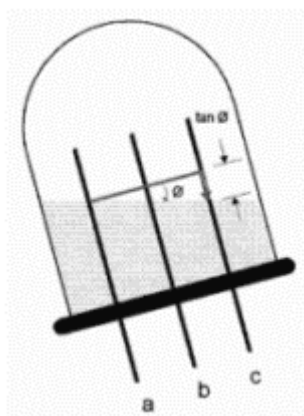


Figura 4.4 *Tilt-Sensor*

Na mesma ilustração é mostrado o eixo de um *tilt-sensor* com uma inclinação de aproximadamente 15 graus. Devido a ação da gravidade, a superfície do fluido interno se alinha em um plano transversal à mesma. Este fluido é eletricamente condutivo, sendo que a condutividade entre dois eletrodos é proporcional ao comprimento da parte imersa de cada eletrodo. No ângulo mostrado, por exemplo, a condutividade entre os pinos *a* e *b* será maior do que a condutividade entre os pontos *b* e *c*.

Eletricamente um *tilt-sensor* é similar a um potenciômetro, com a resistência variando de acordo com o ângulo de inclinação. Entretanto não se pode aplicar uma tensão constante para obter-se a medição. Tal sensor é uma célula eletrolítica que funciona de maneira similar a uma bateria com ácido, porém de forma inversa. Ao invés de converter energia química em eletricidade, uma corrente elétrica continua levará ao aparecimento de uma reação química de eletrólise no fluido. Assim, íons positivos fluem para o catodo onde recombina-se com elétrons em excesso reduzindo em parte a sua carga elétrica. De maneira oposta, íons negativos se deslocam para o anodo recombina-se com prótons em excesso, reduzindo da mesma forma seu potencial elétrico. Se esta situação permanecer por um certo tempo, então o fluido deixará de ser condutivo.

Para evitar a eletrólise o sensor deve então ser alimentado com corrente alternada. A frequência e a simetria desta forma de onda irá depender da constituição química do fluido e dos eletrodos. A frequência deve ser alta o suficiente para que o processo descrito anteriormente seja reversível. Para alguns tipos de eletrolítico esta frequência pode ter valores baixos, como na ordem de 25Hz, mas também são encontrados casos em que frequências na ordem de 1 a 4 kHz fazem-se necessárias.

A condutância total varia tanto com o ângulo de inclinação como com a temperatura. Uma técnica de medição que permita obter precisamente o ângulo de inclinação independentemente da temperatura deve ser empregada quando necessário. O fabricante do sensor pode controlar um valor de impedância nula para temperatura ambiente pela alteração no volume e composição química do fluido. Até que ponto a impedância irá variar com a temperatura e com o ângulo de inclinação depende das propriedades físicas do fluido e da geometria do dispositivo. Tipicamente a impedância pode variar por um fator de até 20 vezes entre a temperatura e o ângulo de inclinação.

A faixa de medição do sensor é uma função do volume do fluido, espaçamento entre eletrodos e altura dos eletrodos. No caso dos eletrodos não serem limitados em altura, a faixa total de medição irá depender do volume do fluido. Devido ao volume de um fluido ser proporcional à temperatura, o ganho global, ou fator de escala do dispositivo será também proporcional à temperatura. Caso a magnitude deste efeito se torne grande, uma compensação de ganho inversamente proporcional à temperatura deverá ser providenciada por um circuito eletrônico especialmente destinado a este fim.

Após um movimento mais brusco o fluido poderá necessitar de um tempo de assentamento para que o sensor não venha a indicar um valor falso de inclinação. Os fabricantes podem acrescentar ao fluido agentes que mudam sua viscosidade sem alterar sua condutância, apesar de que isto impede que se realizem medições de vibrações com frequências mais elevadas. Uma alta viscosidade também reduz a repetitividade do sensor, especialmente em ângulos elevados, devido a interação entre o fluido e o recipiente em que se encontra.

Sensores com dois eixos de medição apresentam as mesmas características fluídicas dos sensores de um único eixo, entretanto apresentam uma complexidade extra relativa à interação entre os eixos. Neste caso, ambos os eixos compartilham o eletrodo central. Os quatro eletrodos externos são idealmente colocados em cantos de forma a configurarem um quadrado perfeito, pois eventuais desalinhamentos entre eletrodos ocasionam erros de acoplamento *cross-axis* que podem resultar em erros significantes na medição.

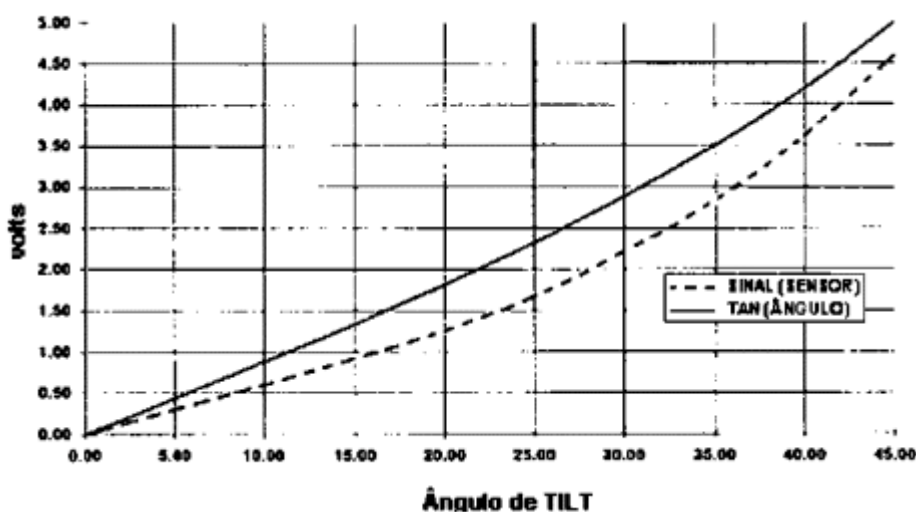


Figura 4.5 Sinal de saída vs ângulo de inclinação em um *tilt-sensor*

O gráfico da Figura 4.5 é um típico exemplo do sinal de saída de um *tilt-sensor* versus seu ângulo de inclinação, para um sensor excitado com 5V. A curva da tangente do ângulo é também apresentada como forma de referencia. Para este sensor, a não linearidade do sinal relativa à tangente do ângulo de inclinação é menor do que $\pm 0,5\%$ para ângulos abaixo de 20° .

As principais características técnicas de um sensor de inclinação, produzido pela empresa Applied Geomechanics Inc, modelo 758 [APP-01] são apresentadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 Parâmetros tecnológicos (sensor B): *Tilt-Sensor* Applied Geomechanics

- Faixa total de medição: $\pm 60^\circ$
- Resolução: 3 arcseg
- Repetitividade: 10 arcseg
- Linearidade: 0,6% sobre meia-faixa (5% sobre a faixa completa)
- Constante de tempo: 0,13 s
- Frequência natural: 8,5 Hz
- Temperatura de operação: (-25 a 80)C
- Umidade: (0 a 100)%
- Fator de escala após condicionamento do sinal: $10^\circ/\text{V}$
- Impedância de saída: 270 Ω .

As principais características técnicas de um sensor de inclinação de duplo eixo, produzido pela empresa Schaevitz Sensors, modelo Accustar [SCH-01] são apresentadas a seguir:

Tabela 4.4 Parâmetros tecnológicos (sensor C): *Tilt-Sensor* Schaevitz

- Faixa total de medição: $\pm 60^\circ$
- Faixa linear: $\pm 45^\circ$
- Limiar de sensibilidade: $0,001^\circ$
- Repetitividade: $0,05^\circ$
- Erro de interação entre eixos (até 45°): $<1\%$
- Constante de tempo: 0,3 s
- Frequência de resposta: 0,5 Hz
- Temperatura de operação: (-30 a 65)C
- Fator de escala após condicionamento do sinal: $60\text{mV}/^\circ \pm 10\%$
- Impedância de saída: 10 k Ω .

4.3 Medidor de posição angular tipo *encoder*

Um medidor de posição angular tipo *encoder* consiste em um disco, marcado com listas, alternadas transparentes e opacas, alinhadas radialmente [WER-96] [SAN-01]. Um foto-transmissor está localizado num lado do disco e um fotorreceptor no outro. Quando o disco gira, o feixe de luz é alternadamente transmitido e interrompido. A saída do fotorreceptor é um trem de pulso cuja frequência é proporcional à velocidade de rotação do disco. Num *encoder* incremental, existem dois conjuntos de fototransmissores e receptores alinhados em defasagem de 90 graus. Esse ajuste de fases fornece informação de direção; isto é se o sinal A estiver adiantado do sinal B em 90 graus, o disco está girando numa direção, se B estiver adiantado de A, então estará girando na outra direção. Contando os pulsos (adicionando ou subtraindo) com base no sinal de sentido de giro, é possível usar o codificador para fornecer informações sobre a orientação em relação a um local de partida conhecido.

Em alguns casos é desejável conhecer a posição de um objeto em termos absolutos, isto é, não em relação a uma posição de partida. Para isto pode ser usado um *encoder* absoluto. Os *encoders* absolutos empregam a mesma construção básica que os *encoders* incrementais, exceto que existem mais trilhas de listas e um número correspondente de receptores e transmissores. Usualmente, as listas são dispostas de modo a fornecer um número binário proporcional ao ângulo do eixo. A primeira trilha pode ter 2 listas, a segunda 4, a terceira 8 e assim por diante. Desta forma o ângulo pode ser lido diretamente do codificador.

As principais características técnicas do *encoder* incremental modelo RON905 da empresa Heidenhain Corp são as seguintes [HEI-02]:

Tabela 4.5 Parâmetros tecnológicos (sensor D): *Encoder*

▪ Tipo: incremental
▪ Número de pulsos/volta: 36000
▪ Incerteza: $\pm 0,4$ arcmin
▪ Sinal de saída: $11 \mu A_{PP}$
▪ Velocidade máxima: 100 rpm
▪ Diâmetro: 170mm
▪ Altura: 60mm

4.4 Sensores inerciais tipo giroscópio

Os sensores inerciais são usados em aplicações onde movimentos rotacionais ou lineares precisam ser medidos sem a existência de um sistema de coordenadas de referência externo. Tais movimentos podem ser medidos através de giroscópios e acelerômetros respectivamente.

A maior parte das aplicações destes dispositivos é orientada para os sistemas aeronáuticos com horizontes artificiais e outros sistemas de navegação. Entretanto, nos últimos anos, cada vez mais aplicações industriais vêm fazendo uso deste tipo de sensor.

Os giroscópios medem rotações sem a necessidade de um sistema de coordenadas de referência externo. A maior parte dos giroscópios comerciais medem velocidade angular devido à rotação em torno de um eixo. A unidade de medida normalmente empregada é o grau por segundo [$^{\circ}/s$]. Através da integração do sinal de velocidade angular é possível estimar o ângulo de deslocamento. O princípio de operação destes sensores pode ser dividido em tres grupos, quais sejam: mecânicos⁵, piezoelétricos e ópticos.

Independente da tecnologia utilizada na sua construção, um giroscópio é normalmente empregado para fins de medição de localização angular. Portanto, seu sinal de saída em velocidade angular precisa ser integrado. Ocorre que esta integração acaba por produzir erros que devem ser levados em conta, para qualquer aplicação. Na prática, a informação na saída de um giroscópio apresenta parcelas de ruído (erro aleatório) e de *bias* (erro sistemático) acrescentadas ao sinal de velocidade angular. A ilustração a seguir apresenta o diagrama de blocos para um giroscópio ideal e um giroscópio real.

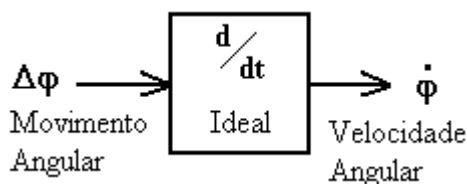


Figura 4.6 - Bloco-diagrama de um giroscópio ideal

⁵ Este tipo de giroscópio apresenta na saída um sinal proporcional ao deslocamento angular e, portanto não precisa ser integrado. Trata-se de uma tecnologia sendo substituída por modelos ópticos e eletrônicos.

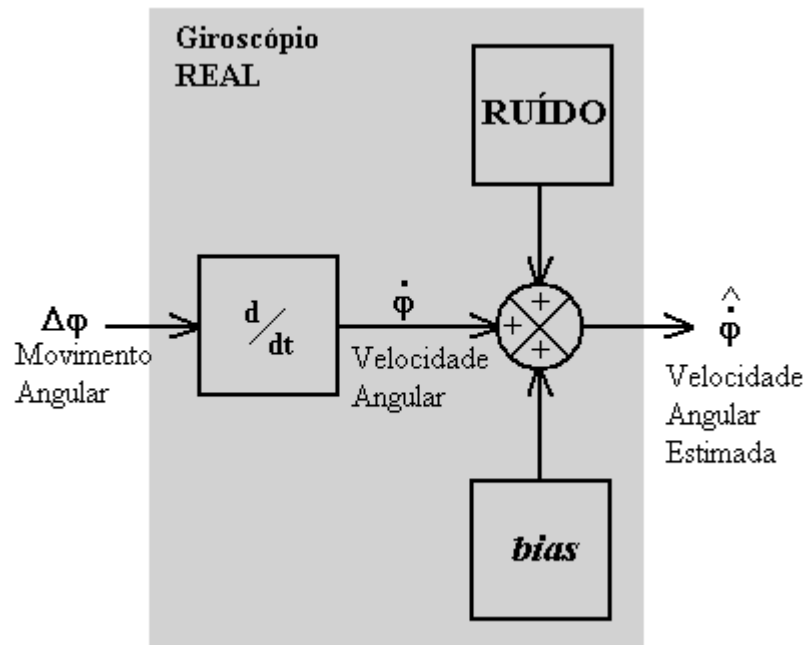


Figura 4.7 - Bloco-diagrama de um giroscópio real

A fim de obter-se a orientação angular em torno do eixo sensetivo, deve-se acrescentar um módulo integrador à saída do giroscópio, conforme ilustra a figura a seguir.

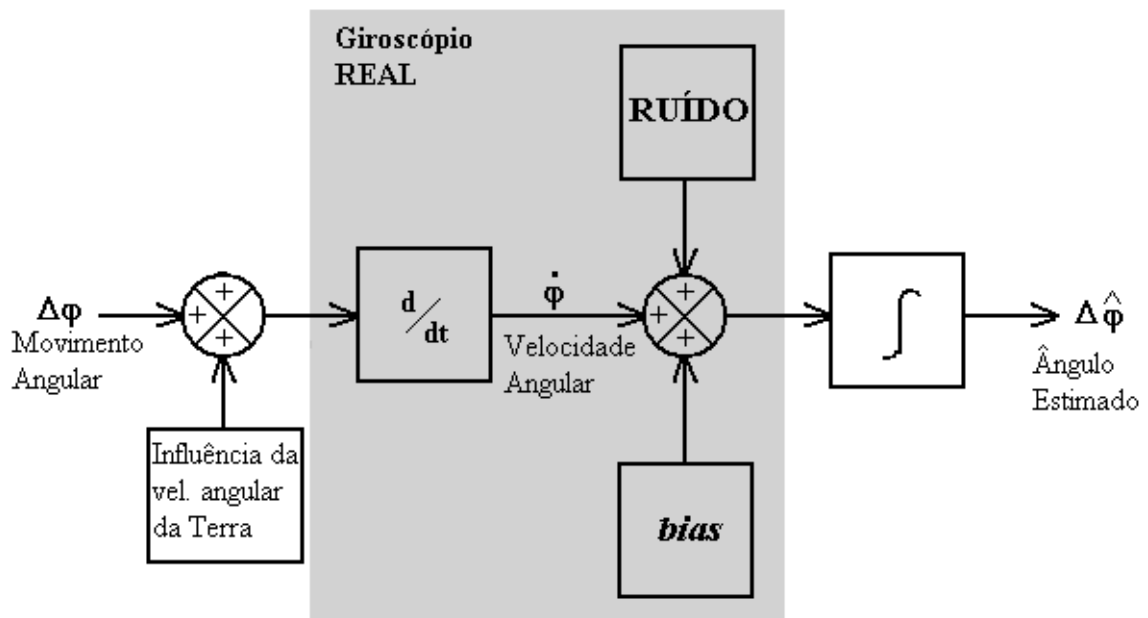


Figura 4.8 - Bloco-diagrama de um sistema de medição angular

Entretanto, neste caso, os sinais de ruído e de *bias* são integrados juntos com o sinal de velocidade angular, ocasionando o surgimento de um erro na estimativa do ângulo efetivamente deslocado. Adicionalmente, uma terceira fonte de incerteza, ocasionada pelo desconhecimento de orientação frente ao eixo de rotação da Terra, ocorre quando se utilizam

giroscópios (ver Figura 4.8 acima). Todas estas causas de incerteza devem ser levadas em consideração quando da utilização de um giroscópio. Uma forma para reduzir a incerteza de *bias* é através da leitura do *offset* (sinal médio) presente na saída do giroscópio enquanto o mesmo encontra-se imóvel, para então corrigir este valor nas leituras seguintes quando em movimento angular.

A integração do sinal de velocidade de um giroscópio retorna um valor (Φ_M) composto por três parcelas: i) a posição angular (Φ) propriamente dita, ii) um termo que cresce com tempo de forma proporcional ao *bias* estimado, acrescido da influência de rotação da terra (b) e; iii) passo angular aleatório (*ARW* – *Angle Random Walk*) que cresce proporcional ao desvio padrão do ruído e à raiz quadrada da velocidade angular (v_{ARW}); conforme a equação (4.14). As diversas curvas na Figura 4.9 ilustram aspectos típicos para vários passos angulares aleatórios.

$$\Phi_M = \int \dot{\Phi} dt + bt + \int v_{ARW} dt \quad (4.14)$$

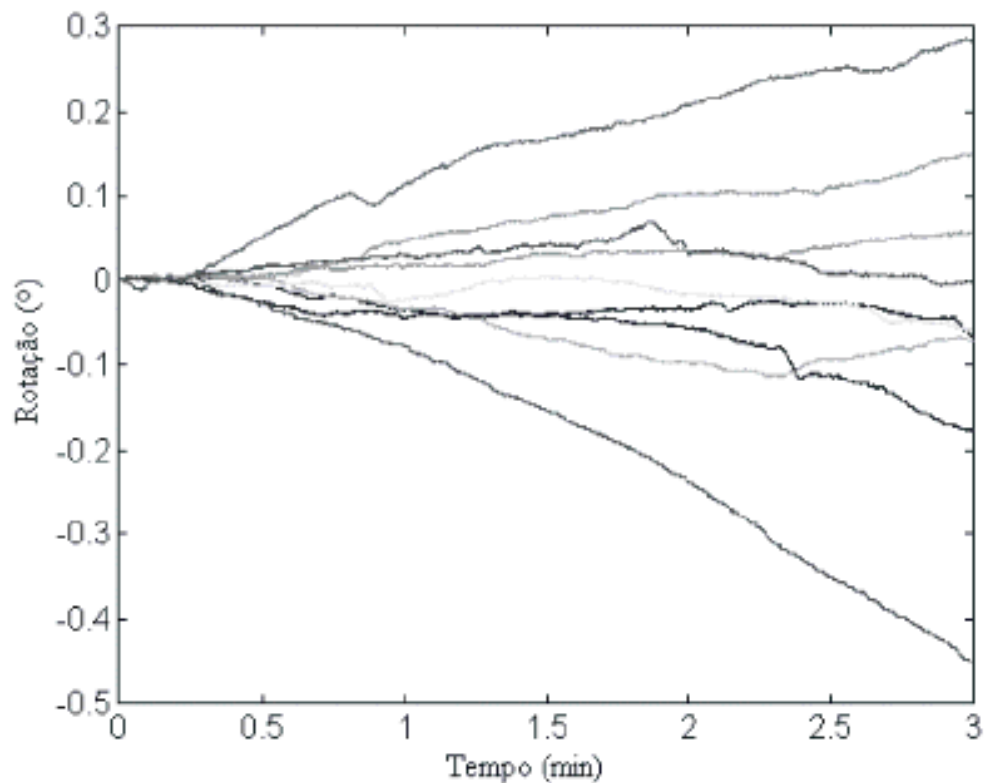


Figura 4.9 Passo angular aleatório em um giroscópio

4.4.1 Giroscópios mecânicos

O giroscópio mecânico baseia-se num momento de inércia gerado por uma massa dinamicamente equilibrada que, em alta rotação, tende a manter fixo o seu eixo de rotação. Desta maneira, o eixo de rotação não permite nenhum movimento, exceto o de translação, desde que o novo plano de rotação seja paralelo ao anterior. Logo, eventuais mudanças na direção do eixo de rotação podem ser detectadas (ver Figura 4.10).

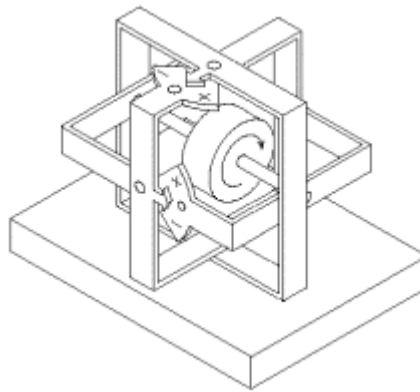


Figura 4.10 Giroscópio mecânico com indicação angular em dois eixos

4.4.2 Giroscópios a cristal

Outra forma mais recente de implementação, do fenômeno mecânico da conservação de movimento em giroscópios, é realizada através da tecnologia de micro-máquinas. Neste caso um fragmento de cristal, inserido numa pastilha de circuito impresso (CHIP), é colocado em movimento vibratório linear. Assim, quando ocorre uma tendência de movimento rotacional no eixo ortogonal ao eixo do movimento linear, surgirá uma aceleração Coriolis proporcional a este movimento rotacional e ortogonal aos demais eixos. Esta aceleração é, então detectada na forma da força que a mesma produz, indicando desta maneira a direção e intensidade do movimento rotacional.

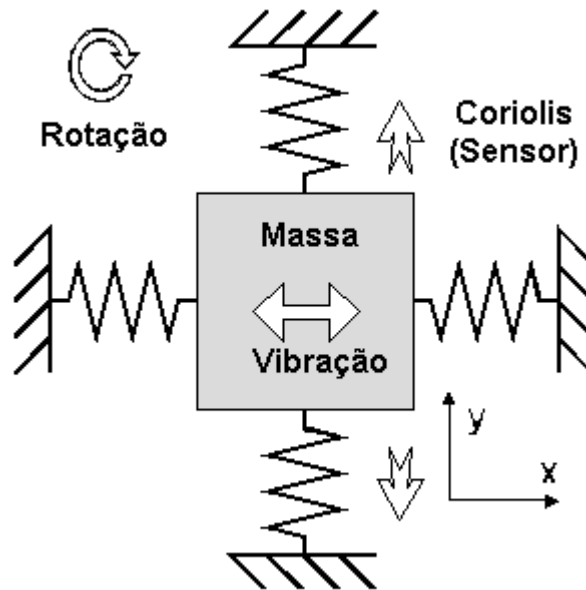


Figura 4.11 - Princípio de funcionamento do giroscópio a cristal

Com esta implementação em pastilhas de circuito integrado, é possível obter giroscópios com dimensões muito reduzidas e com razoáveis níveis de incerteza. Diversas aplicações em equipamentos de realidade virtual (como capacetes, luvas, etc) têm feito uso de tais sensores. Para se ter uma idéia do quão reduzido volume estes giroscópios podem atingir, a Figura 4.12 a seguir, compara a dimensão do giroscópio modelo Horizon da empresa BEI Systron Donner [BEI-02] com uma pequena moeda norte americana de vinte e cinco centavos.



Figura 4.12 Foto do giroscópio Horizon

As principais características técnicas deste sensor são descritas na Tabela 4.6 mostrada a seguir:

Tabela 4.6 Parâmetros tecnológicos (sensor E): giroscópio Horizon

- Resolução: 0,004 °/s
- Faixa de medição: ± 90 °/s
- Saída: (2,5 \pm 2,0) V
- Sensibilidade: 22,2 mV/(°/s)
- Ruído de saída: <90 (°/h)/Hz^{1/2}
- Linearidade: 0,05 %
- Deriva: 0,05 °/s
- Faixa de frequência: 18Hz
- Tensão de alimentação: (8 a 15)V_{DC}
- Dimensões: (59 x 25 x 25) mm
- Massa: 60 gramas
- Resistência a impacto: 200G
- Temperatura de operação: (-25 a 70)C

Um outro giroscópio, também implementado com tecnologia de micro-máquinas, como o anterior é o GyrochipII da empresa BEI Systron Donner, o qual apresenta os seguintes parâmetros [BEI-02]:

Tabela 4.7 Parâmetros tecnológicos (sensor F): giroscópio GyrochipII

- Resolução: 0,004 °/s
- Faixa de medição: ± 50 °/s
- Saída: (2,5 \pm 2,5) V
- Sensibilidade: 50 mV/(°/s)
- Ruído de saída: <180 (°/h)/Hz^{1/2}
- Linearidade: 0,05 %
- Deriva: 0,05 °/s
- Faixa de frequência: 50Hz
- Tensão de alimentação: (9 a 18)V_{DC}
- Dimensões: (69 x 26 x 26) mm
- Massa: 50 gramas
- Resistência a impacto: 200G
- Temperatura de operação: (-40 a 85)C

4.4.3 Giroscópios ópticos

Outra tecnologia para construção de giroscópios emprega o princípio de Sagnac (pesquisador francês que descobriu este fenômeno em 1913) conforme Figura 4.13 a seguir.

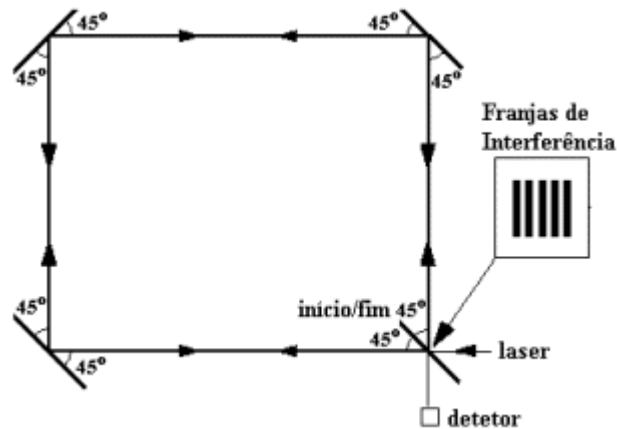


Figura 4.13 Efeito de Sagnac

De acordo com este fenômeno dois feixes de luz, que se deslocam em sentidos opostos, terão um deslocamento de fase entre si caso ocorra um movimento de rotação ao longo de seu eixo ortogonal. E, a explicação do fato é que a velocidade da luz permanece constante, independente do movimento circular, então o circuito óptico se comporta como se um dos percursos apresentasse uma distancia maior. Este é o princípio dos giroscópios de anel laser (*RLG – Ring Laser Gyro*)

Uma forma alternativa de emprego do fenômeno anterior, é obtida pelo uso de uma bobina de fibras ópticas, como meio de condução dos feixes. Conforme ilustra a Figura 4.14 a seguir.

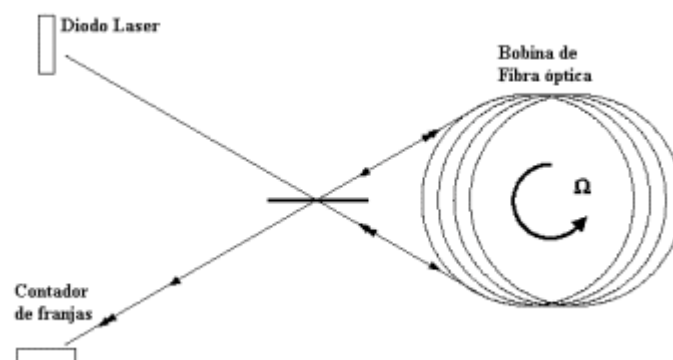


Figura 4.14 Giroscópio de fibra óptica

Os giroscópios de fibra óptica (*FOG – Fiber Optic Gyro*) medem a diferença de tempo que dois feixes de laser, em sentido contrário, levam para percorrer uma bobina de fibra óptica (ver [MON-02], [BEN-02], [BER-01] e [TEB-00]).

Como principais vantagens dos giroscópios de fibra óptica pode-se citar sua baixa incerteza nos valores medidos, melhor resolução, imunidade a acelerações ou impactos mecânicos, rápida resposta de saída, alta robustez e livres de tempo de aceleração inicial. Este tipo de giroscópio vem cada vez mais sendo empregados na indústria automotiva, de aviação, espacial e em aplicações específicas principalmente devido ao seu menor custo quando comparado com os modelos mecânicos.

As principais características técnicas do giroscópio de fibra óptica modelo RA2030 da série E-Core 2000 da empresa KVH Industries Inc são as seguintes [KVH-02]:

Tabela 4.8 Parâmetros tecnológicos (sensor G): giroscópio RA2030

- Resolução: 0,014 °/s
- Faixa de medição: ± 30 °/s
- Saída: $(2,5 \pm 2,0)$ V
- Sensibilidade: 66,7 mV/(°/s)
- Ruído de saída: 5 (°/h)/Hz^{1/2}
- Linearidade: 0,2 %
- Deriva: 0,002 °/s
- Faixa de frequência: 100Hz
- Tensão de alimentação: 12V_{DC}
- Dimensões: (112 x 108 x 46) mm
- Massa: 340 gramas
- Resistência a impacto: 90G
- Temperatura de operação: (-40 a 75)C

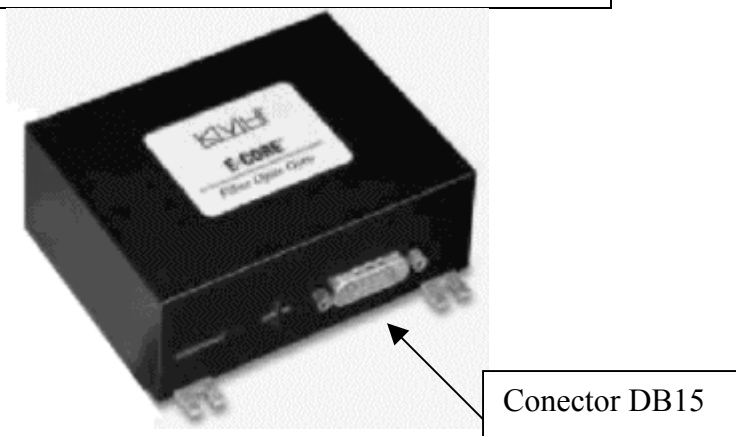


Figura 4.15 Foto do giroscópio E-Core RA2030

Capítulo 5 Análise dos Sistemas de Medição

5.1 Cálculo dos requisitos para o sensor

Com o intuito de especificar as características mínimas de desempenho do sensor⁶ que irá medir os valores de torção e curvatura do trilho é necessário preliminarmente definir as características físicas que delimitam as condições de operação do robô. Neste sentido deve-se observar os seguintes dados relevantes para o caso do Roboturb.

- Comprimento útil do trilho [PAD-02]:

$$s_t = 1160mm$$

- Mínimo raio de curvatura do trilho [PAD-02]:

$$\rho_{\min} = 600mm$$

- Incerteza de posicionamento do efetuador final [PIN-01]:

$$Up_{95\%} = 0,4mm$$

- Distância entre o centro do eixo da primeira junta rotativa e o trilho:

$$a_1 = 100mm$$

- Distância entre o centro do eixo da segunda à terceira junta rotativa:

$$a_2 = 150mm$$

⁶ Para uma descrição detalhada sobre análise de desempenho de sensores ver [WER-96] e [BER-02].

- Máxima excentricidade entre o efetuator final e o centro do eixo da segunda junta rotativa em postura crítica para torção conforme ilustrado na Figura 5.1:

$$d_{bt} = 590mm$$

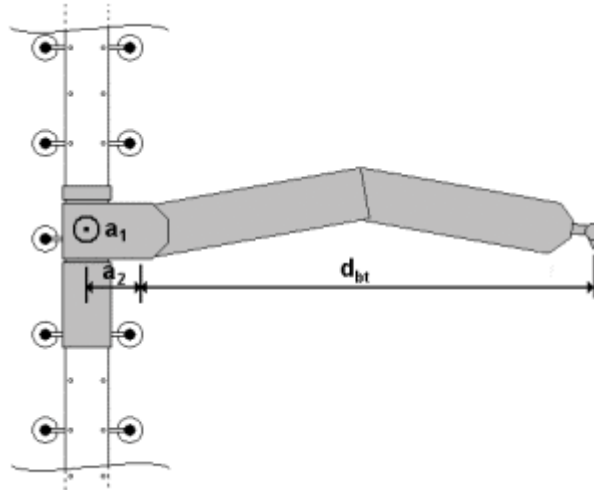


Figura 5.1 - Postura para o cálculo da incerteza do ângulo de torção

- Máxima excentricidade entre o efetuator final e o centro do eixo da primeira junta rotativa em postura crítica para flexão conforme ilustrado na Figura 5.2:

$$d_{bf} = 57mm$$

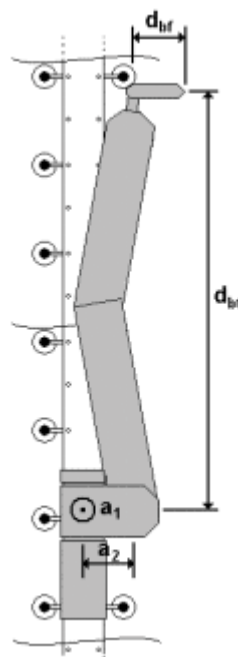


Figura 5.2 - Postura para o cálculo da incerteza do ângulo de flexão

- Incerteza aceitável do ângulo de torção do trilho a ser medido, correspondente à incerteza de posicionamento necessária para o efetuador final:

$$U\varphi_{T95\%} = \text{sen}^{-1} \left(\frac{Up_{95\%}}{\sqrt{(a_1)^2 + (a_2 + d_{bt})^2}} \right) [rad] \quad (5.1)$$

$$U\varphi_{T95\%} = 535 \mu rad \text{ (ou } U\varphi_{T95\%} = 1,84 \text{ arcmin)}$$

- Incerteza aceitável do ângulo de flexão do trilho a ser medido, correspondente à incerteza de posicionamento necessária para o efetuador final:

$$U\varphi_{F95\%} = \text{sen}^{-1} \left(\frac{Up_{95\%}}{\sqrt{(a_1)^2 + (a_2 + d_{bf})^2 + (d_{bt})^2}} \right) [rad] \quad (5.2)$$

$$U\varphi_{F95\%} = 632 \mu rad \text{ (ou } U\varphi_{F95\%} = 2,17 \text{ arcmin)}$$

- Maior raio de flexão do trilho que deve ser medido:

$$\rho_{\max} = \frac{s_t}{U\varphi_{F95\%}} [m] \quad (5.3)$$

$$\rho_{\max} = 1,83 km$$

A partir destes dados oriundos das características construtivas e operacionais do Roboturb, é possível inferir as seguintes condições mínimas que o sensor deverá apresentar, caso se utilize um sistema de medição estático (cinta *shape-tape*, *tilt-sensor* ou *encoder*).

- Faixa de medição angular, que corresponde ao maior ângulo de flexão possível (caso em que o trilho está disposto circularmente):

$$\varphi_{\max} \geq \pm \frac{s_t}{\rho_{\min}} [rad] \quad (5.4)$$

$$-1,93 rad \leq \varphi \leq +1,93 rad \text{ (ou } -110,8^\circ \leq \varphi \leq +110,8^\circ)$$

Devido à alta rigidez do material empregado no trilho, o ângulo máximo de torção não deverá alcançar o mesmo limite que no caso da flexão, ou seja $110,8^\circ$. Portanto, pode-se considerar o problema da medição da torção como uma fração da faixa de medição no espaço da medição do ângulo de flexão.

- Máxima distância entre sucessivos pontos de medição para flexão (caso ideal em que não seja necessário utilizar interpolação):

$$\Delta s_{F_{\max}} = \rho_{\min} \times \text{sen}(U\varphi_{F_{95\%}})[m] \quad (5.5)$$

$$\Delta s_{T_{\max}} = 0,38mm$$

- Faixa dinâmica de medição para flexão:

$$F_F \geq 2 \frac{\varphi_{\max}}{U\varphi_{F_{95\%}}} \quad (5.6)$$

$$F_F \geq 75,7 \text{ dB (ou } F_F \geq 13 \text{ bits)}$$

- Sensibilidade do sinal medido para tratamento em um sistema de aquisição padrão com entrada de sinal em $V_{DAQ} = \pm 10V$:

$$S_m \leq \frac{V_{DAQ}}{\varphi_{\max}} [\text{V/rad}] \quad (5.7)$$

$$S_m \leq 5,18 \text{ V/rad (ou } S_m \leq 90,4m \text{ V/}^\circ \text{)}$$

Para o caso de utilização de um sistema de medição dinâmico, por exemplo com um giroscópio instalado sobre o carro enquanto o mesmo percorre o trajeto do trilho em velocidade máxima ($V_{\max} = 0,1m/s$), ao mesmo tempo que obtém dados de orientação angular, então os seguintes parâmetros adicionais deverão ser levados em conta:

- Tempo para aquisição dos dados:

$$T_{DAQ} = \frac{s_t}{V_{\max}} [s] \quad (5.8)$$

$$T_{DAQ} = 11,6s$$

- Intervalo de tempo entre amostragens considerando o pior caso (ou seja, para a torção):

$$\Delta T_{DAQ} = \frac{\Delta s_{F_{\max}}}{V_{\max}} [s] \quad (5.9)$$

$$\Delta T_{DAQ} = 3,8ms$$

- Frequência de amostragem:

$$f_{DAQ} \geq \frac{1}{\Delta T_{DAQ}} [Hz] \quad (5.10)$$

$$f_{DAQ} \geq 263,2 Hz$$

Por fim, considerando a situação mais exigente (em termos de menor magnitude da incerteza) dentre torção e flexão, deve-se considerar ainda os seguintes valores:

- Incerteza máxima para a velocidade angular:

$$U\omega_{95\%} \leq \frac{U\varphi_{T95\%}}{T_{DAQ}} [rad / s] \quad (5.11)$$

$$U\omega_{95\%} \leq 46.10^{-6} rad / s \text{ (ou } U\omega_{95\%} \leq 0,0026^\circ / s \text{)}$$

- Faixa de velocidade angular

$$\omega_{\max} \geq \frac{\varphi_{\max}}{T_{DAQ}} [rad / s] \quad (5.12)$$

$$\omega_{\max} \geq 0,17 rad / s \text{ (ou } \omega_{\max} \geq 9,5^\circ / s \text{)}$$

- Faixa dinâmica para velocidade angular

$$F_{\omega} \geq 2 \frac{\omega_{\max}}{U\omega_{95\%}} \quad (5.13)$$

$$F_{\omega} \geq 77,3 \text{ dB (ou } F_{\omega} \geq 13 \text{ bits)}$$

De posse dos dados anteriores, é possível avaliar quantitativamente a aplicação de sensores específicos, verificar o desempenho de um determinado sensor comparado com os demais, e mensurar tanto seus aspectos positivos como suas eventuais deficiências. Esta avaliação está descrita nas duas seções a seguir. Logo após, uma conclusão sobre a forma adequada para medição do trilho é apresentada.

5.2 Comparação entre os medidores de deslocamento angular

Uma primeira análise, na busca pelo sensor que se enquadre nas condições requisitadas, é realizada comparando-se os sensores de deslocamento angular, deixando-se os sensores de velocidade angular (giroscópios) para a seção posterior.

Em termos quantitativos, pode-se comparar os principais parâmetros dos sensores de deslocamento angular com os valores requisitados para o sistema de medição observando os dados mostrados na Tabela 5.1 a seguir.

Tabela 5.1 Comparação quantitativa entre sensores de deslocamento angular

Parâmetro	Sensor A	Sensor B	Sensor C	Sensor D	Requisitado
Tecnologia	<i>ShapeTape</i>	<i>TiltSensor</i>	<i>TiltSensor</i>	<i>Encoder</i>	
Fabricante	Measurand	Applied G	Schaevitz	Haindinhain	
Modelo	S1280CS	757	Accustar	RON905	
Faixa [°]		±80,0	±60,0		≥ ±110,8
Resolução [arcmin]	29,90	0,05	0,06	0,15	
Faixa Dinâmica [dB]	46,9	105,6	101,6	84,4	≥ 77,1
Incerteza [arcmin]	30,00	0,17	3,00	0,40	≤ 1,84
Raio Mínimo [m]	0,040				≤ 0,600
Raio Máximo [m]	32,0	33,0.10 ³	1,8.10 ³	13,7.10 ³	≥ 1,8.10³

Além de eventuais ajustes de unidades, deve-se observar que alguns valores foram obtidos de forma indireta, a partir dos dados fornecidos pelo fabricante e, tendo em vista a aplicação em foco.

Neste sentido, a repetitividade da cinta *ShapeTape* foi estimada a partir da relação de incerteza de posicionamento (3mm) e pela distância entre elementos sensores (60mm). Como este sensor, não apresenta limitação em termos de faixa de medição angular, mas sim no raio mínimo de curvatura, a faixa dinâmica (obtida pela relação faixa / resolução) foi calculada pela relação do limite angular da aplicação (110,8°) e a sua resolução. Esta observação também se aplica ao caso do *Encoder*.

O valor de raio mínimo de curvatura só tem sentido de ser expresso quando referido à cinta *ShapeTape* pois, as demais tecnologias (*TiltSensor* e *Encoder*) não apresentam este tipo de limitação para a aplicação.

A primeira vista, a cinta *ShapeTape* atende apenas aos requisitos de faixa e raio mínimo de curvatura, para o projeto. A sua limitada faixa dinâmica de medição impede que o trilho seja medido quando apresentar valores de raio de curvatura acima de 32m. Além disto a repetitividade oferecida está muito acima do valor máximo admitido.

Os sensores tipo *TiltSensor*, apesar de apresentarem elevada faixa de medição dinâmica e boa repetitividade, possuem limitações no que diz respeito à faixa de medição. Este fator é particularmente agravante quando se considera que esta faixa de medição não pode ser ampliada por exemplo com o emprego de mais de um sensor. Esta é uma limitação imposta pela tecnologia construtiva do *TiltSensors*, o qual apenas permite medir ângulos a partir do plano transversal ao vetor gravitacional. Além disto, este último aspecto descarta completamente o seu uso para medir a flexão do trilho caso o mesmo seja instalado ortogonalmente ao vetor gravitacional, ou para medir a torção do trilho caso o mesmo seja instalado em posição paralela ao vetor gravitacional.

Por outro lado, quanto à utilização do *encoder*, se o mesmo pode ser considerado aceitável sob o ponto de vista de faixa dinâmica de medição necessária (bem como de repetitividade), seu uso implicaria em restrições de instalação no mecanismo do carro, principalmente devido a aspectos de dimensões físicas (mostradas na Tabela 4.5).

5.3 Análise da medição através de giroscópios

Antes de realizar uma comparação entre os giroscópios candidatos, esta seção apresenta uma análise preliminar sobre a modelagem do sistema de medição da atitude (ou orientação angular espacial) da base do manipulador Roboturb, quando em deslocamento sobre o seu trilho.

5.3.1 Simulações realizadas com auxílio do Matlab-Simulink

Para avaliar as incertezas de medição angular que os giroscópios introduziriam no sistema de medição do trilho, foi realizada uma simulação utilizando os softwares Matlab-Simulink através do seguinte diagrama da Figura 5.3. Neste diagrama o valor do *bias* estimado e da densidade espectral de potência (PSD) do ruído de passo randômico foram obtidos através das especificações fornecidas pelos fabricantes; e o valor de rotação da terra tomado como $4,178 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ/\text{s}$.

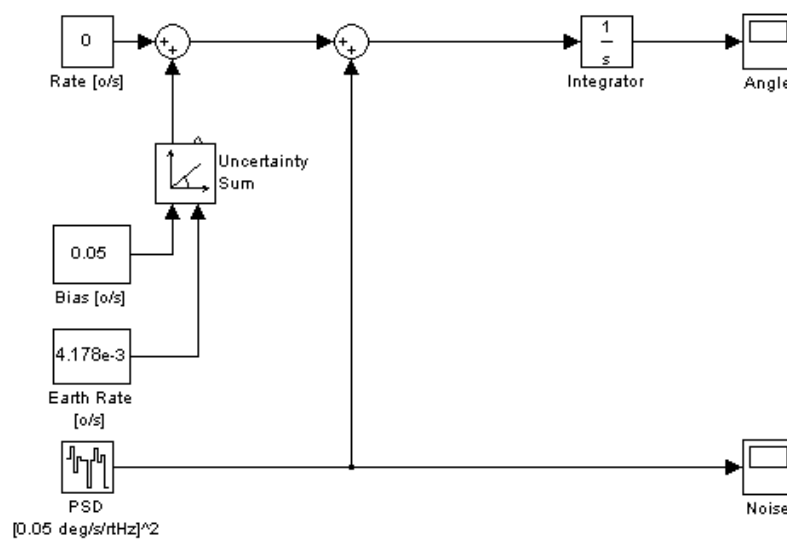


Figura 5.3 - Diagrama Matlab-Simulink para simulação dos giroscópios

Que resultaram nas seguintes respostas para os primeiros 12 segundos de simulação.

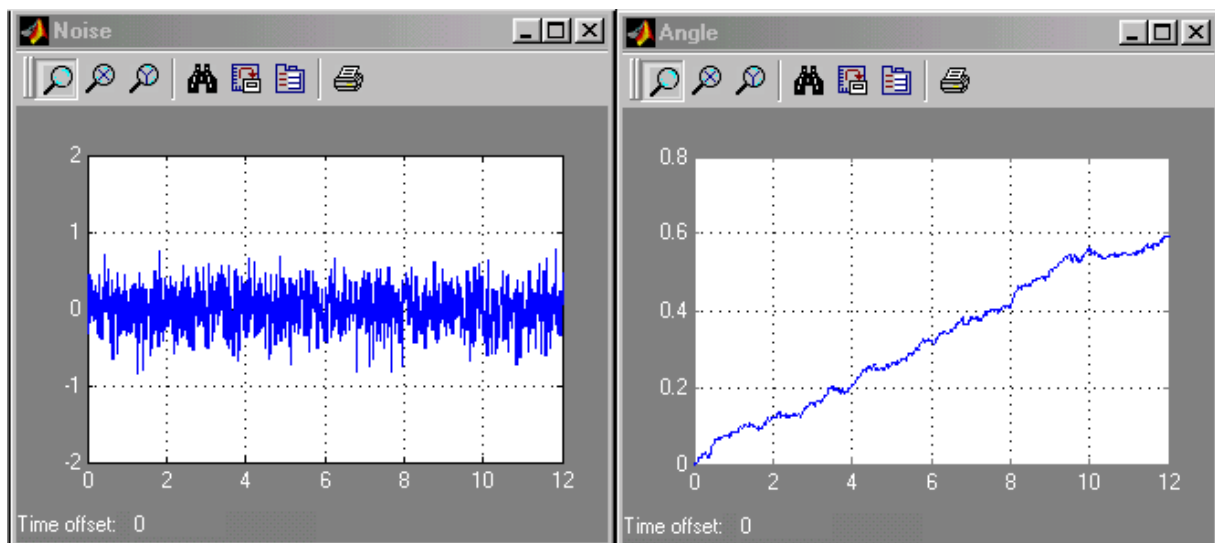


Figura 5.4 - Simulação do giroscópio Horizon através do Simulink

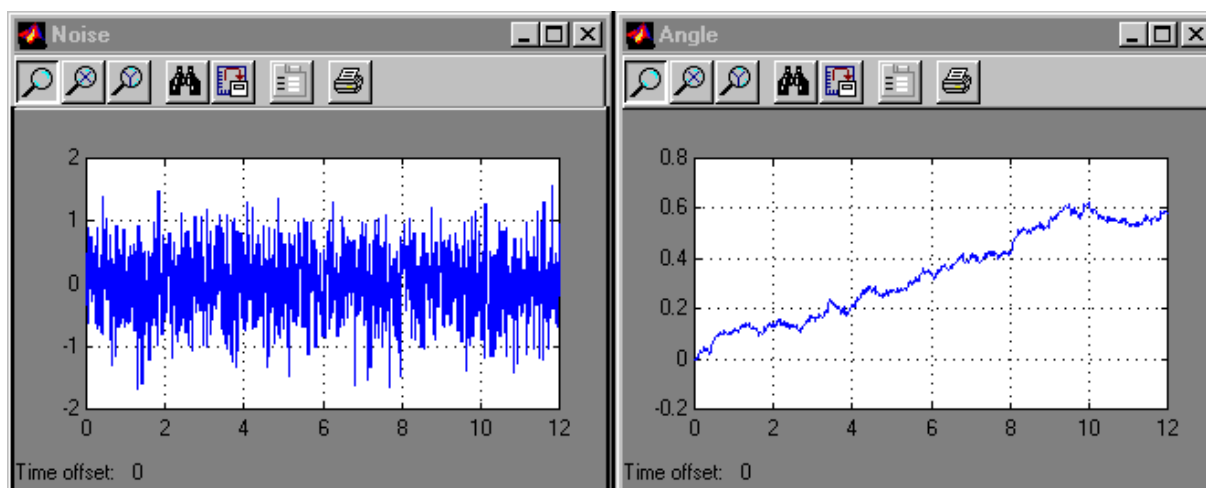


Figura 5.5 - Simulação do giroscópio GyrochipII através do Simulink

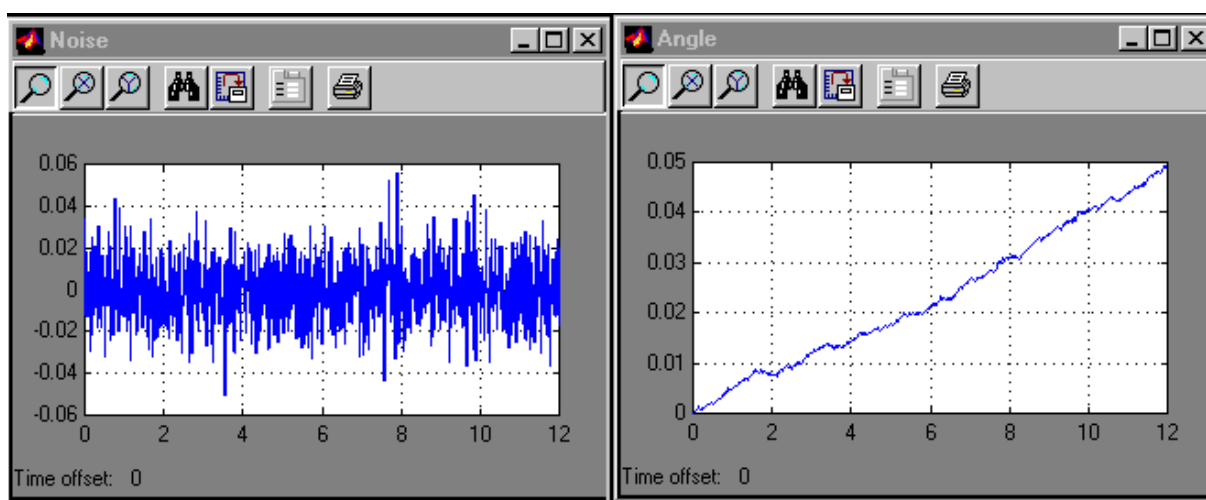


Figura 5.6 - Simulação dos giroscópios E-Core RA2030 através do Simulink

Com tal simulação pode-se constatar que o erro introduzido pelos giroscópios atingem as seguintes magnitudes para um intervalo de tempo de 11,6s:

Tabela 5.2 - Erro nos giroscópios obtidos por simulação

Giroscópio	Bias [°/s]	PSD [° / s / \sqrt{Hz}]	Erro [°]
<i>Horizon</i>	$50,0 \cdot 10^{-3}$	0,025	0,600
<i>GyrochipII</i>	$50,0 \cdot 10^{-3}$	0,050	0,550
<i>E-Core RA2030</i>	$0,06 \cdot 10^{-3}$	0,015	0,045

5.3.2 Considerações a respeito da medição com giroscópio

Com os dados disponíveis pelas simulações obtidas anteriormente, é agora realizada uma comparação entre os sensores de velocidade angular, frente aos requisitos para medição do trilho. Assim, pôde-se comparar quantitativamente os principais parâmetros dos sensores de velocidade angular, conforme ilustra a Tabela 5.3 abaixo.

Nesta tabela, é possível observar que todos os modelos de giroscópios atendem aos requisitos quanto à faixa de medição necessária à aplicação. Quanto a incerteza, o giroscópio RA2030 apresenta valor limite para instalação em orientação desconhecida frente ao eixo de rotação da Terra. Neste sentido cabe observar que devido ao desconhecimento da influência da velocidade de rotação da Terra, giroscópios apresentam valor de repetitividade superior a:

$$Re_giroscópio_{min} = \frac{360^\circ}{24h56m4,091s} = 4,178.10^{-3} \text{ }^\circ/s \quad (5.14)$$

Porém, isoladamente o valor da repetitividade não permite que se emitam conclusões quanto a aplicabilidade dos giroscópios pois, como já mostrado na equação (4.14), a influência de ruídos *bias-drift* e de *ARW* deve ser considerada no caso de giroscópios.

Tabela 5.3 Comparação quantitativa entre sensores de velocidade angular

Parâmetro	Sensor E	Sensor F	Sensor G	Requisitado
Tecnologia	Cristal	Cristal	Óptica	
Fabricante	BEI	BEI	KVH	
Modelo	Horizon	GyrochipII	RA2030	
Faixa [°/s]	±90	±50	±30	≥ ± 9,5
Resolução [arcmin/s]	0,24	0,24	0,84	
Faixa Dinâmica [dB]	93,0	87,9	72,4	≥ 71,1
<i>ARW</i> [°/(h.Hz ^{1/2})]	90	180	5	
<i>Bias-drift</i> [arcseg/s]	30,0	30,0	2,2	
Incerteza _(11,6s) [arcmin]	33,0	36,0	3,0	≤ 1,8

Para o cálculo da incerteza gerada na estimativa do posicionamento angular são necessárias algumas consideração. Ou seja, levou-se em conta que o carro se desloca com velocidade máxima sobre o trilho (ou seja, num intervalo de tempo de 11,6s) e, que as demais

variáveis de influência no erro do giroscópio (temperatura, variação de gravidade, *bias* de longa duração, etc) são mantidas em valores tais que podem ser desprezadas. Portanto, com o resultado das simulações foi possível obter os valores listados na última linha da tabela, os quais apontam claramente para o melhor desempenho que o giroscópio de fibra óptica com saída digital RD2030 apresenta.

Entretanto, o valor da incerteza apresentado ainda encontra-se aquém do limite desejado que é de 1,84 arcmin. Então, uma alternativa para esta situação é a ampliação do número de amostras que se deve realizar para a estimativa de curvatura do trilho. Neste sentido sabe-se que o intervalo de confiança da média de uma amostragem reduz na razão da raiz quadrada do número de amostras coletadas [GON-01], desde que não existam componentes de erros sistemáticos e de deriva (*drifts*). Ou seja, serão necessárias 2 (duas) leituras consecutivas do trilho para que se obtenham dados suficientes para estimar sua curvatura. Esta mesma técnica também poderia ser empregada para os demais sensores, entretanto haveria um elevado comprometimento de tempo gasto para aquisição dos dados. Uma outra alternativa seria o incremento da velocidade de deslocamento do carro sobre o trilho; um deslocamento em 150mm/s com o RA2030, reduziria a incerteza para a faixa desejada.

5.3.3 Solução para medir o trilho com dois giroscópios

Uma formulação para obter a completa orientação angular espacial em três eixos, usando apenas dois giroscópios, é possível se algumas restrições mecânicas, para o caso do trilho empregado no Roboturb, forem consideradas. Devido ao fato de que o trilho apresenta flexibilidade apenas sob esforços de torção e de flexão, então um diminuto ângulo de guinamento ψ torna-se uma consequência matematicamente determinável, como já visto na seção 3.3.

Para pequenos ângulos, a obtenção do quaternion de rotação a partir dos ângulos de Euler pode ser aproximada de (2.32) com a forma:

$$\Delta \mathbf{q} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ \Delta \varphi / 2 \\ \Delta \theta / 2 \\ \Delta \psi / 2 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

e, isto torna simples a modelagem matemática de aplicações empregando giroscópios, já que estes fornecem as velocidades angulares em torno destes mesmos eixos [SAN-03].

Com as relações sobre deformação no trilho, anteriormente vistas na seção 3.3, bem como da teoria sobre modelagem de deslocamentos com quaternions duais, já discutidas na seção 2.5.1, é possível obter o desvio da postura do manipulador ao longo do trilho através do seguinte diagrama de blocos:

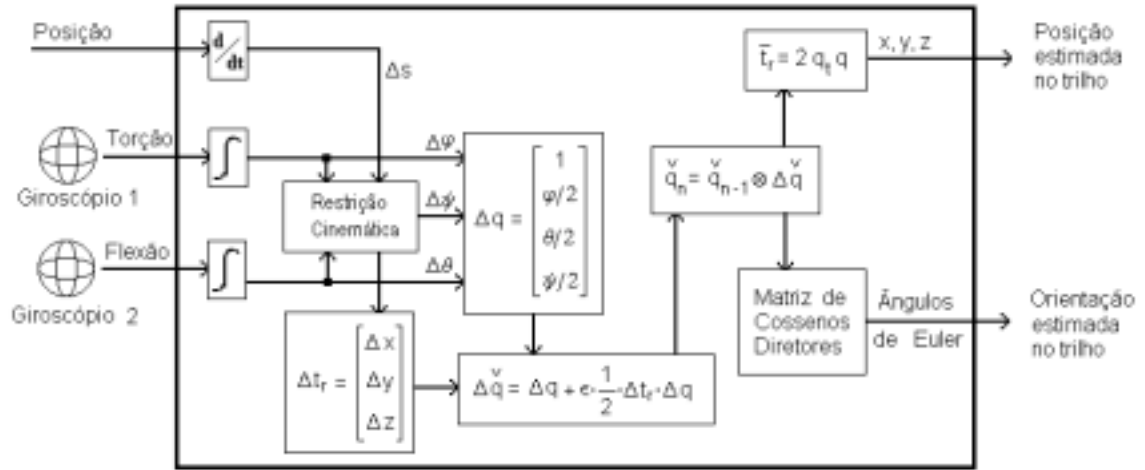


Figura 5.7 - Diagrama para estimar posição e orientação

Uma simulação para determinar a curvatura foi implementada em Matlab-Simulink através do diagrama ilustrado na Figura 5.8. Este diagrama gera o arquivo angles.mat (contendo a variável "ang") que será então tratado pelo programa rail.mat (ver listagem do código no Anexo D) a fim de reconstituir a geometria do trilho, que no caso foi simulada com uma flexão constante de 60°/m e uma torção igualmente constante de 10°/m.

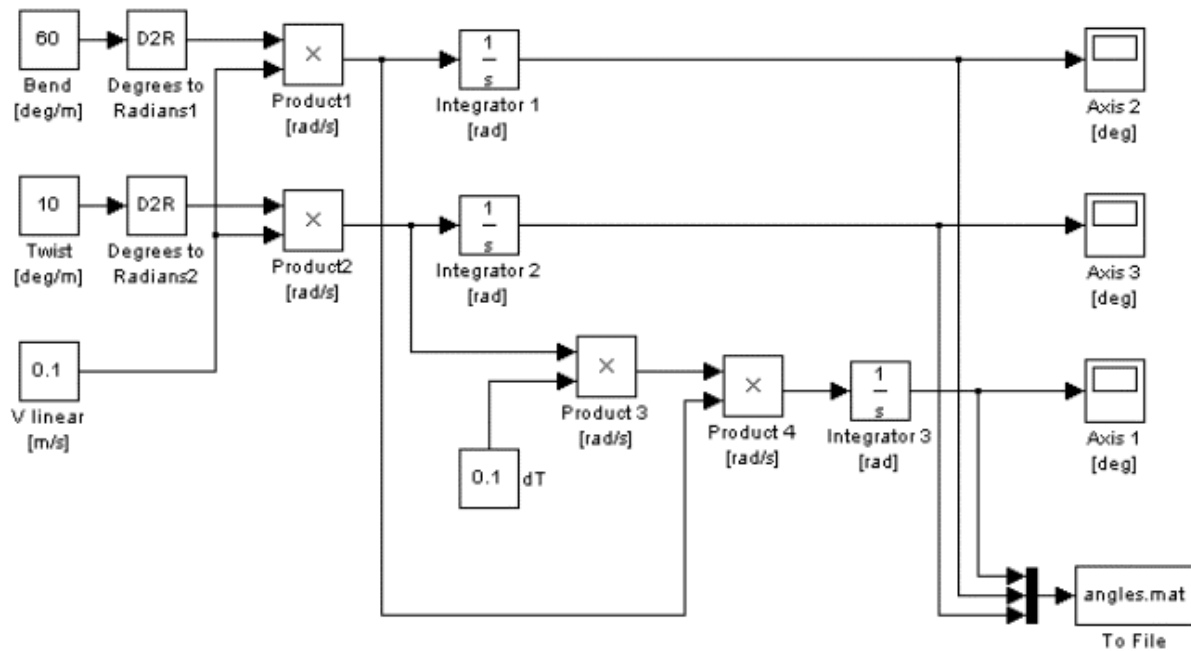


Figura 5.8 - Diagrama simulink para determinação dos ângulos de Euler

Os princípios de solução para esta simulação incluem a maneira de obter a orientação angular em torno de um eixo a partir da informação obtida de um giroscópio; uma formulação para obter a curvatura a partir de apenas dois giroscópios; e um algoritmo para representar o perfil da trajetória executada utilizando-se quaternions duais.

Para esta simulação é considerado que o robô desloca-se sobre o trilho com velocidade máxima de 0,1 mm/s. Também é suposto que o trilho apresenta valores constantes de flexão e de torção em toda sua extensão, sendo que tais valores são 60°/m e 10°/m respectivamente. Logo, a equação (3.12) é utilizada para fornecer o ângulo de guinamento (ψ) mas, para isto, deve ser observado que os valores serão dependentes da velocidade com que o robô se desloca seguindo o raciocínio descrito a seguir.

Como $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ e $v = \frac{ds}{dt}$, onde v é a velocidade translacional sobre o trilho, então:

$$\dot{\psi} = v \frac{d\psi}{ds} \quad (5.16)$$

Considerando a definição do termo derivativo $\frac{d\psi}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\psi}{\Delta s}$ e a equação (3.12):

$$\frac{d\psi}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{-\Delta\theta.\Delta\varphi}{\Delta s} \quad (5.17)$$

Então:

$$\frac{d\psi}{ds} = -\frac{d\theta}{ds} \Delta\varphi \quad (5.18)$$

Assim, com (5.18) em (5.16):

$$\dot{\psi} = -v \frac{d\theta}{ds} \Delta\varphi \quad (5.19)$$

Que leva a:

$$\dot{\psi} = -\dot{\theta}.\Delta\varphi \quad (5.20)$$

Ou ainda, com relação a incrementos no tempo ao invés de deslocamentos:

$$\dot{\psi} = -\dot{\theta}.\dot{\varphi}.\Delta t \quad (5.21)$$

E, o resultado gráfico obtido após a simulação é apresentado na Figura 5.9 a seguir.

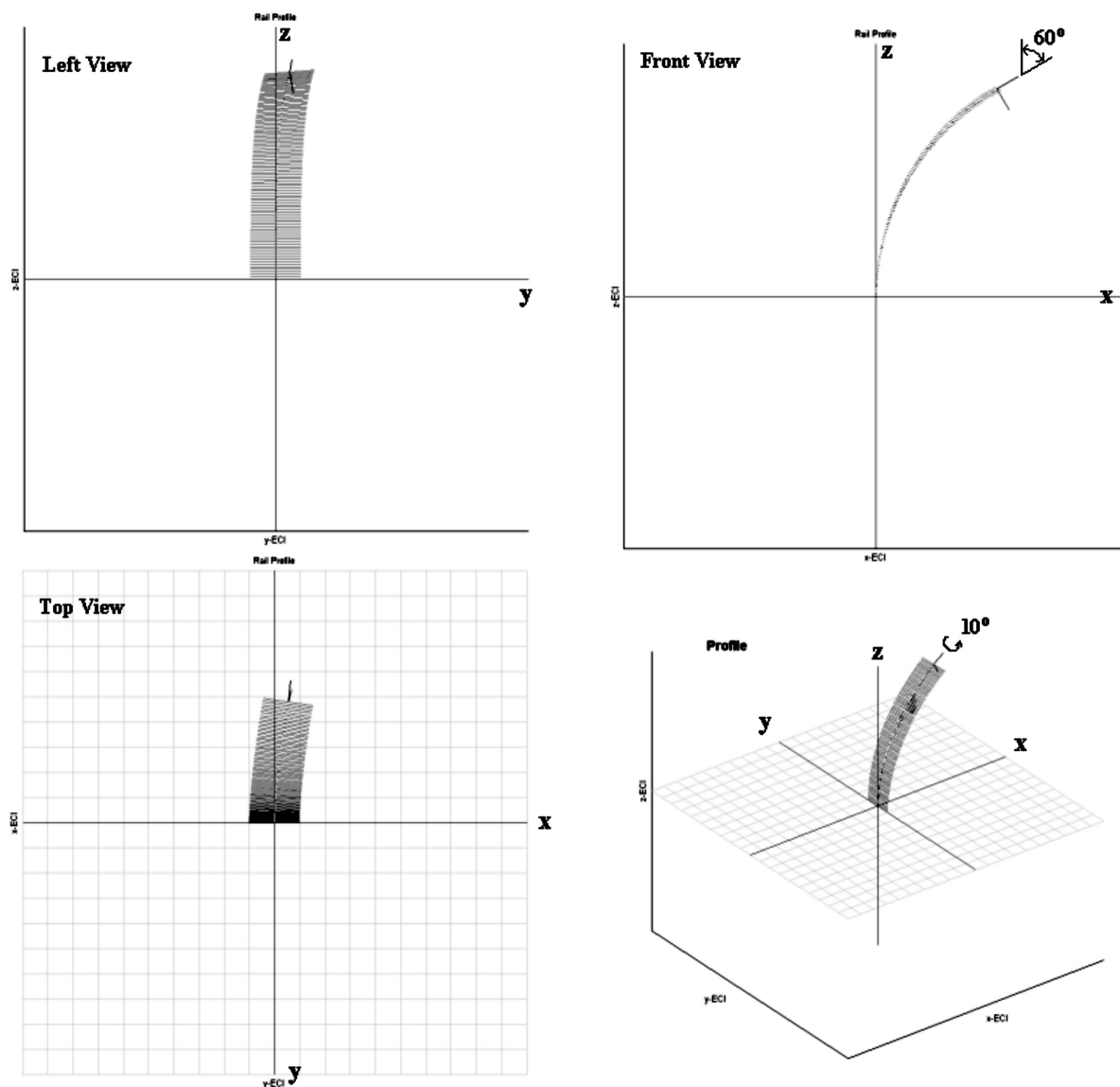


Figura 5.9 - Visualização tridimensional da simulação do perfil de um trilho

5.4 Conclusão sobre a seleção do sistema de medição

Neste ponto, a decisão pela escolha do sistema de medição a ser empregado para obter a curvatura do trilho Roboturb torna-se uma tarefa de pouca complexidade tendo em vista os dados comparativos oriundos das tabelas 6.1 e 6.3. Da primeira, relativa aos sensores de deslocamento angular ficou evidente que apenas o uso do *encoder* tornaria-se viável desde que fosse revisto o projeto mecânico do mecanismo de acionamento do carro Roboturb. As duas outras alternativas (*Shape-Tape* e *Tilt Sensor*) apresentaram limitações para a aplicação

Roboturb, conforme já explanado na seção 5.2 - Comparação entre os medidores de deslocamento angular.

Por outro lado, a análise de uso dos giroscópios mostrou que os mesmos chegam muito próximos dos requisitos impostos para a aplicação Roboturb. As dificuldades inerentes à medição indireta dos ângulos de curvatura e torção (já que os giroscópios devolvem valores de velocidade angular) puderam ser suplantadas pela formulação dos princípios de solução que envolvem o seu uso. Além do mais, o raciocínio desenvolvido na seção 5.3.3 - Solução para medir o trilho com dois giroscópios, mostrou que é possível obter a curvatura total do trilho de forma otimizada sob o ponto de vista econômico, uma vez que em outros sistemas inerciais normalmente são empregados pelo menos três giroscópios para obter completa informação sobre a atitude.

Por estes motivos o sistema de medição selecionado para medir o trilho foi o giroscópio. Entretanto, como esta é uma aplicação inédita para este tipo de dispositivo, será realizada uma investigação prática oriunda de seu uso, através de uma série de ensaios. Este assunto, tema para o próximo capítulo, buscará a uma consolidação na escolha do uso desta forma de medição.

Capítulo 6 Ensaios com Giroscópios

Neste capítulo, descreve-se a metodologia e os procedimentos empregadas nos ensaios práticos que foram realizados com o intuito de validar o método de medição do trilho através de giroscópios frente aos requisitos previamente especificados na seção 5.1. A seguir, também são descritos os procedimentos e resultados obtidos quando da busca por uma forma comparativa de medição da curvatura do trilho empregando um braço de medição articulado.

Após a aplicação de uma bateria de testes estatísticos na massa de dados coletada pode-se chegar a importantes conclusões sobre o sistema de medição definitivo a ser adotado. Estas conclusões bem como outras considerações a respeito do sistema de medição são apresentadas ao final do capítulo.

6.1 Metodologia aplicada para realização dos ensaios

A comprovação da eficácia para o sistema de medição da atitude do manipulador Roboturb, enquanto se desloca sobre seu trilho flexível, foi realizada através de ensaios e análise estatística dos dados coletados em experimentos práticos. A metodologia do ensaio consistiu de:

- a. Instalação do trilho Roboturb em uma superfície de forma tal que apresente torção e flexão (foto na Figura 6.1 a seguir);
- b. A utilização de três giroscópios, de diferentes modelos, para aquisição de dados angulares de torção e de flexão;
- c. Variações quanto ao método de amostragem envolvendo:
 - i. Aquisição em ambos os sentidos do trilho,
 - ii. Aquisição em três níveis de velocidade,
 - iii. Aquisição com 16 bits e com 12 bits.

- d. Utilização de um braço de medição como sistemática alternativa de coleta de dados para fins de análises comparativas.

Assim, foi desenvolvida uma superfície curva, composta por uma chapa de aço com curvatura circular, para que fosse instalada sobre a mesma o conjunto braço-trilho do Roboturb, conforme ilustrado na foto a seguir.

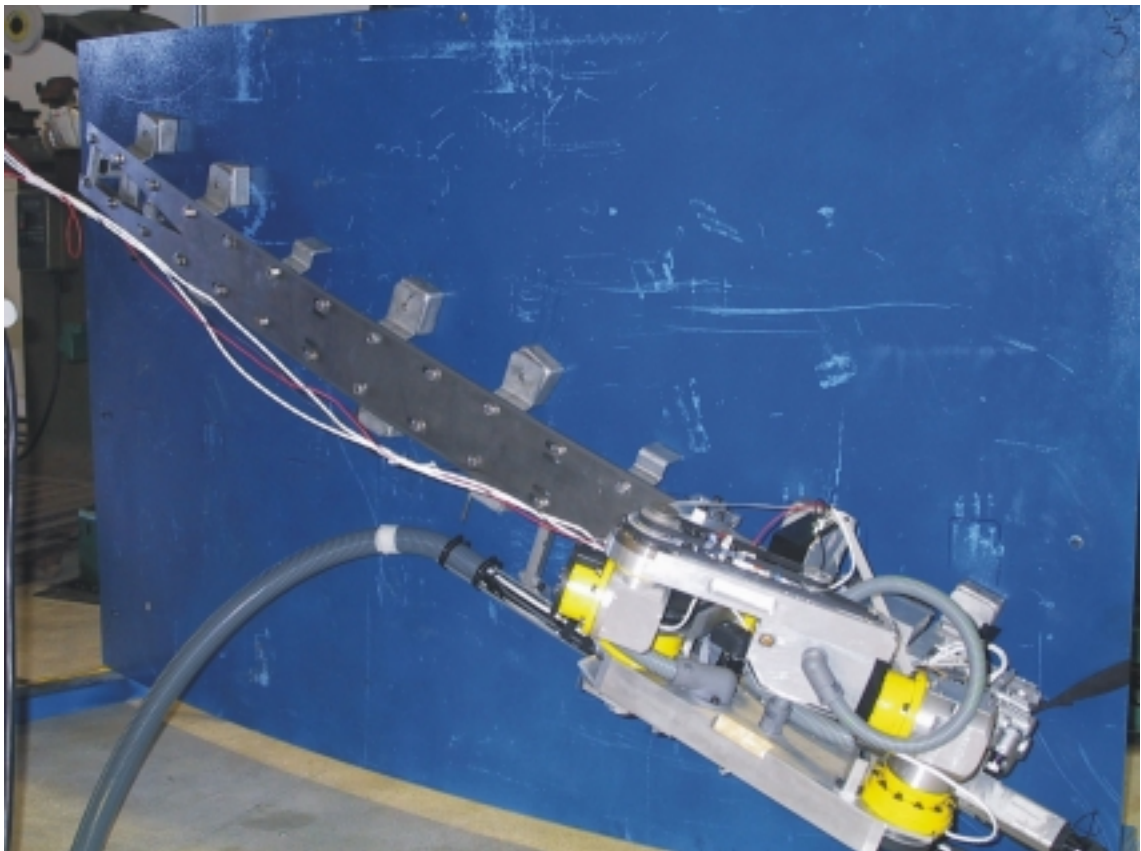


Figura 6.1 - Foto do trilho instalado sobre uma chapa curva para o ensaio

A direção como o trilho foi instalado sobre a chapa (inclinado axialmente), permitiu criar sobre o mesmo um momento de torção. A postura do braço manipulador foi mantida constante ao longo de todo o período de aquisição de dados dos giroscópios.

Foram empregados para o ensaio os giroscópios E-core (RA2030), GyrochipII e Horizon. A aquisição dos valores de velocidade angular (torção e flexão) em cada giroscópio foi obtida através de múltiplas medições envolvendo as seguintes variantes:

Tabela 6.1 - Variantes aplicadas ao ensaio de medição do trilho

Sentido	Velocidade [mm/s]	Resolução [bits]	Repetições
<i>Subida</i>	50	16	9
<i>Descida</i>	50	16	9
<i>Subida</i>	50	12	9
<i>Descida</i>	50	12	9
<i>Descida</i>	10	12	4
<i>Descida</i>	100	12	4

Os sentidos *Subida* e *Descida* correspondem respectivamente a movimentos para frente e de retorno ao longo da trajetória percorrida (na Figura 6.1 anterior vê-se o carro na posição inicial).

A velocidade predominantemente aplicada nos ensaios foi de 50mm/s por se tratar da velocidade média com que o braço se desloca sobre o trilho. A velocidade mínima é de 10mm/s e a velocidade máxima é de 100mm/s, entretanto esta última somente pode ser atingida pelo sistema de acionamento durante o percurso de descida.

A aquisição com resolução em 16 bits, foi obtida através da interface DAQ-PXI6052 do fabricante National Instruments [NAT-03], suas principais características são:

Tabela 6.2 - Especificações técnica da placa PXI-6052

- Entradas analógica: 16SE/8DI
- Resolução: 16 bits
- Taxa de amostragem: 333 kHz
- Faixa de entrada: ($\pm 0,05$ a ± 10)V
- Incerteza relativa: ± 3 LSB
- Impedância entrada: $100\text{G}\Omega // 100\text{pF}$
- Corrente *bias* na entrada: ± 200 pA
- Corrente de *offset*: ± 100 pA
- CMRR: 101 dB
- Software: LabView 6.1

Tabela 6.3 - Especificações técnicas dos canais de entrada analógico da placa PXI-7344

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Entradas analógica: 4 multiplexadas ▪ Resolução: 12 bits ▪ Faixa de entrada: $\pm 10V$ ▪ Tempo de conversão: 6 μs ▪ Impedância entrada: 10kΩ ▪ Erro de <i>offset</i>: ± 5 LSB ▪ Erro de ganho: ± 10 LSB ▪ Software: Flexmotion (NI) |
|---|

A aquisição foi realizada com uma taxa de amostragem de 50Hz enquanto se utilizou um filtro RC de *anti-alias* com frequência de corte de 20 Hz. Já a aquisição em 12 bits foi realizada através dos canais de entrada analógica presentes nas placas de controle de movimento dos servo-motores (PXI-7344) e, suas principais características são apresentadas na Tabela 6.3 acima. Um programa para aquisição dos dados de medição foi desenvolvido em ambiente de programação LabVIEW 6.1 (ver diagrama no Anexo H) de forma a gerar arquivos para um pós-processamento. Cabe ressaltar que as medições de velocidade angular foram sempre tomadas considerando-se um fator de correção a partir do valor médio inicial presente na saída de cada giroscópio. Este valor foi obtido com base na média de uma amostragem de 300 medições com os giroscópios em repouso.

A tela de interface para operação do ensaio está ilustrada a seguir, e permite visualizar uma amostra do sinal fornecido pelos giroscópios bem como seus níveis de ruído, conforme gráficos a direita (de cima para baixo: E-core, GyrochipII e Horizon). No gráfico inferior à esquerda é possível visualizar o perfil da posição e da velocidade descrita pelo robô. Para a tela apresentada ao centro à esquerda se visualiza as três curvas de posição angular obtidas após integração dos sinais de saída dos giroscópios. As duas curvas superiores (praticamente superpostas) mostram o ângulo de flexão obtido através da integração dos sinais dos giroscópios E-core e GyrochipII, enquanto a curva inferior apresenta o ângulo de torção obtido através da integração do sinal do giroscópio Horizon.

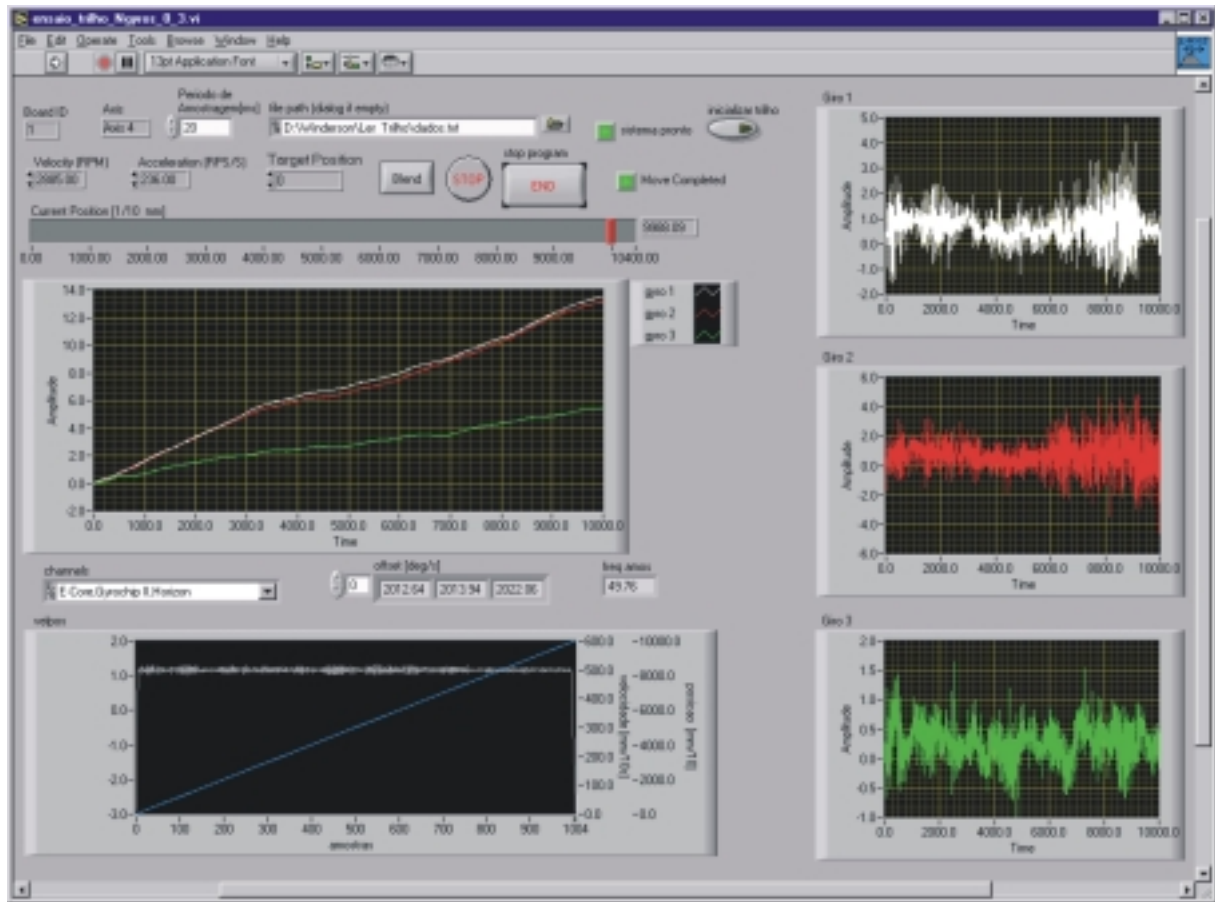


Figura 6.2 - Visualização da tela de interface para ensaio do sistema de medição

6.2 Tratamentos estatísticos aplicados

Preliminarmente foi realizada uma análise com o propósito de confirmar a característica normal dos dados fornecidos pelos giroscópios. Como se tratam de duas tecnologias distintas (a cristal e de fibra óptica), para cada uma delas foi realizado uma bateria de 50 medições num percurso de 10,0cm. Plotando-se os valores ordenados de cada giroscópio como função do mesmo número de escores normais obteve-se os seguintes gráficos:

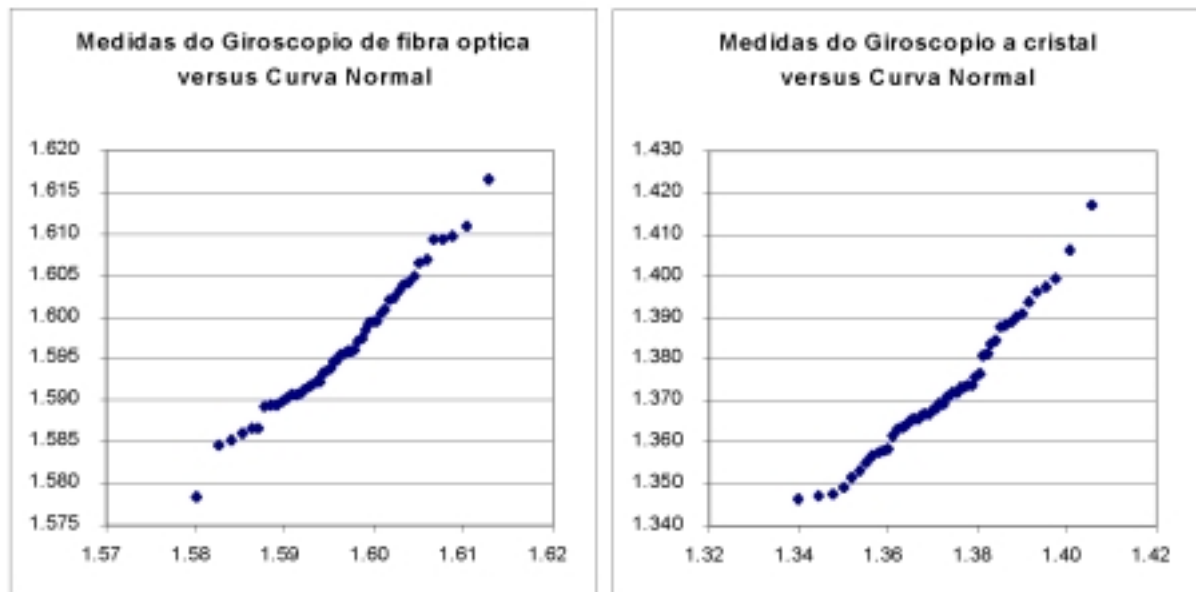


Figura 6.3 - Medidas dos giroscópios versus curva normal

Pelo fato de ambos os gráficos apresentarem certa semelhança a uma reta, pode-se concluir que os erros aleatórios, gerados pelas duas tecnologias de giroscópios, apresentam uma distribuição próxima da normal.

6.2.1 Comparação entre os diferentes modelos de giroscópios

Para responder a questão sobre a semelhança entre as medições realizadas com os três tipos de giroscópios, tomou-se os dados relativos às medições de ângulo de flexão obtidos ao final de 1,0m de trilho, com resolução de 16bits, velocidade de 50mm/s, e com sentido de movimento de *Subida* ao longo do trilho (mostrados na tabela a seguir).

Tabela 6.4 – Ângulos medidos (em graus) para cada modelo de giroscópio

										\bar{x}	Re _{95%}
<i>E-Core</i>	14.02	14.00	13.88	13.88	13.85	14.05	13.86	13.97	13.93	13.94	0.17
<i>Gyrochip</i>	13.56	13.62	13.57	13.91	13.83	13.57	13.96	13.92	13.58	13.72	0.40
<i>Horizon</i>	13.67	13.62	13.75	14.01	14.03	13.75	13.89	13.79	13.67	13.80	0.34

Adotando-se um critério para o fator F em 95% de confiança chega-se a seguinte tabela de análise variância para fator único.

TESTE: HÁ DIFERENÇA SIGNIFICATIVA ENTRE OS TRES MODELOS DE GIROSCÓPIOS EMPREGADOS?

Tabela 6.5 - Análise de variância entre giroscópios

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F
<i>Entre grupos</i>	0.21801	2	0.1090	5.63
<i>Dentro dos grupos</i>	0.46418	24	0.0193	
<i>Total</i>	0.68220	26		

Portanto, para os graus de liberdade e nível de confiança em questão pode-se afirmar que a diferença entre as médias é significativa, na obtenção dos resultados, uma vez que para os graus de liberdade em questão: $F_{95\%} < F$, com $F_{95\%} = 3.40$ [MON-98].

Uma vez que os giroscópios apresentam parcialidade, realiza-se agora outra comparação, admitindo (com base nos dados de catálogo) que o giroscópio E-Core apresenta menor dispersão, e portanto tomado como a melhor referência disponível.

TESTE: AS MEDIDAS OBTIDAS COM GIROSCÓPIOS GYROCHIP E HORIZON SÃO IGUAIS À REFERÊNCIA?

Com a aplicação do teste T de *Student* para 95% de certeza chega-se aos seguintes valores:

Tabela 6.6 - Teste T aplicado aos giroscópios frente à referência

Hipótese	Estatística <i>t</i>	<i>t</i> -crítico
<i>E-Core e Gyrochip são iguais</i>	2.886	2.306
<i>E-Core e Horizon são iguais</i>	2.061	2.306

Com os dados da tabela anterior pode-se aceitar que não existem diferenças significativas entre as medições realizadas com os giroscópios E-Core e Horizon ($2.061 < t\text{-crítico}$). Entretanto o mesmo não se pode afirmar com relação ao giroscópio Gyrochip ($2.886 > t\text{-crítico}$).

Esta disparidade do giroscópio Gyrochip seria confirmada quando após uma análise da incerteza global considerando todos os dados coletados levou este giroscópio a apresentar altos valores de incerteza, conforme será mostrado na Figura 6.6 adiante.

6.2.2 A influência do sentido de medição

Neste ponto é realizada uma análise com o intuito de verificar se há alguma restrição estatística quanto ao sentido de movimento (*Subida* ou *Descida*) em que se mede o trilho. Para responder a esta questão, tomou-se os dados relativos às medições de ângulo de flexão obtidos ao final de 1,0m de trilho, com resolução de 16bits, velocidade de 50mm/s através do giroscópio E-Core (dados mostrados na tabela a seguir).

Tabela 6.7 - Ângulos medidos (em graus) para comparação entre os sentidos de medição

										\bar{x}	$Re_{95\%}$
Subida	14.02	14.00	13.88	13.88	13.85	14.05	13.86	13.97	13.93	13.94	0.17
Descida	14.11	14.00	13.91	14.09	13.96	13.98	13.93	13.94	14.09	14.00	0.17

Então, adotando-se um critério para o fator F em 95% de confiança chega-se a seguinte tabela de análise variância para fator único.

TESTE: O SENTIDO DE MEDIÇÃO INTERFERE NOS RESULTADOS?

Tabela 6.8 - Análise da variância entre sentidos de medição

Fonte da variação	<i>SQ</i>	<i>gl</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>
<i>Entre grupos</i>	0.01540	1	0.0154	2.72
<i>Dentro dos grupos</i>	0.09064	16	0.0057	
<i>Total</i>	0.10605	17		

Portanto, para os graus de liberdade e nível de confiança adotados pode-se afirmar que o sentido de medição não interfere significativamente na obtenção dos resultados, uma vez que para os graus de liberdade em questão: $F_{95\%} > F$, com $F_{95\%} = 4.49$ [MON-98].

6.2.3 O efeito da resolução empregada na aquisição do sinal

Agora é realizada uma análise com o intuito de verificar se há alguma restrição estatística quanto aquisição dos sinais dos giroscópios através dos canais analógicos de entrada na placa de controle de movimento. Estes canais apresentam resolução de 12 bits e

são a princípio destinados para aquisição de sinal de tacômetros para malha de controle de velocidade dos motores. Como estas entradas não são utilizadas no sistema de acionamento do robô, sua aplicação para coletar os dados dos giroscópios resultaria na economia de um hardware adicional.

Para responder a esta questão, tomou-se os dados relativos às medições de ângulo de flexão obtidos ao final de 1,0m de trilho, em sentido de *Subida*, velocidade de 50mm/s através do giroscópio E-Core (mostrados na tabela a seguir).

Tabela 6.9 - Ângulos medidos (em graus) para comparação entre resolução

										\bar{x}	$Re_{95\%}$
<i>16 bits</i>	14.02	14.00	13.88	13.88	13.85	14.05	13.86	13.97	13.93	13.94	0.17
<i>12 bits</i>	13.78	14.31	14.11	13.86	14.32	14.09	14.22	13.65	14.26	14.06	0.59

Neste caso, adotando-se um critério para o fator F em 95% de confiança chega-se a seguinte tabela de análise variância para fator único.

TESTE: A MEDIÇÃO DE ÂNGULOS COM AQUISIÇÃO ATRAVÉS DA PLACA DE 12BITS APRESENTA O MESMO RESULTADO FRENTE Á PLACA DE AQUISIÇÃO DE 16 BITS?

Tabela 6.10 - Análise de variância entre as resoluções utilizadas

Fonte da variação	<i>SQ</i>	<i>gl</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>
<i>Entre grupos</i>	0.06980	1	0.0698	2.10
<i>Dentro dos grupos</i>	0.53089	16	0.0332	
<i>Total</i>	0.60069	17		

Portanto, para os graus de liberdade e nível de confiança em questão pode-se afirmar que o cômputo dos ângulos em 12bits é similar ao cômputo dos ângulos em 16bits, uma vez que para os graus de liberdade em questão: $F_{95\%} > F$, com $F_{95\%} = 4.49$ [MON-98]. Ou seja, é aceitável obter o sinal dos giroscópios através da placa de controle de movimento com canal de 12bits.

6.2.4 A influência da velocidade de deslocamento

Agora é realizada uma análise com o intuito de verificar a influência da velocidade de deslocamento sobre o trilho aplicada ao robô enquanto aquisição dos dados do giroscópio. Para responder a esta questão, tomou-se os dados relativos às medições de ângulo de flexão obtidos ao final de 1,0m de trilho, em sentido de *Descida*, com resolução de 12bits através dos giroscópios E-Core e Horizon (mostrados na tabela a seguir).

Tabela 6.11 - Ângulos medidos (em graus) para três velocidades de deslocamento

	Horizon						E-Core					
	\bar{x} Re _{95%}						\bar{x} Re _{95%}					
$V=10mm/s$	16.88	15.75	17.91	16.69	16.81	2.82	14.28	14.26	14.26	14.09	14.22	0.29
$V=50 mm/s$	14.13	14.01	14.10	14.09	14.09	0.16	13.95	13.84	13.81	13.70	13.82	0.33
$V=100 mm/s$	13.84	13.66	13.87	13.81	13.80	0.30	13.66	13.72	13.60	13.88	13.71	0.37

Assim, adotando-se um critério para o fator F em 95% de confiança chega-se a seguinte tabela de análise variância para fator único.

TESTE: PODE-SE ACEITAR QUE A MEDIÇÃO NÃO É AFETADA PELA VELOCIDADE DE DESLOCAMENTO?

Tabela 6.12 - Análise de variância entre as velocidades de deslocamento analisadas

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F
<i>Entre grupos</i>	14.85285	2	7.4264	9.76
<i>Dentro dos grupos</i>	15.97833	21	0.7609	
<i>Total</i>	30.83118	23		

Portanto, para os graus de liberdade e nível de confiança em questão pode-se afirmar que o cômputo dos ângulos é sensível à velocidade de deslocamento através do trilho, uma vez que para os graus de liberdade em questão: $F_{95\%} < F$, com $F_{95\%} = 3.47$ [MON-98]. Ou seja, não se pode afirmar que a medição seja imune à influência da velocidade de deslocamento linear.

Neste caso, sabe-se que para baixas velocidades de deslocamento tem-se um maior tempo de aquisição e portanto o efeito do erro *bias* eleva-se no cômputo do ângulo resultante, o que explica os maiores valores angulares lidos. Além disto, pequenas velocidades de

deslocamento exigem um melhor limiar de sensibilidade por parte dos giroscópios uma vez que a velocidade angular nos mesmos será menor. Logo é de presumir-se que a velocidade de 100mm/s seja mais apropriada do que as demais. Por outro lado, atingir este patamar de velocidade pode ser um fator limitante frente à forma de instalação (relacionada com o vetor gravidade) e aos acionamentos do robô. Portanto, a questão que se busca resolver diz respeito à viabilidade de se executar as medições com velocidade de pelo menos 50mm/s, conforme descrito a seguir.

TESTE: PODE-SE ACEITAR QUE A VARIABILIDADE ENTRE AS MEDIÇÕES COM 50MM/S E 100MM/S SÃO IGUAIS?

Tabela 6.13 - Teste F para a variância entre velocidades

	V=50mm/s	V=100mm/s
<i>Média</i>	13.953	13.755
<i>Variância</i>	0.0246	0.0117
<i>Observações</i>	8	8
<i>gl</i>	7	7
<i>F</i>	2.0998	

Logo, é possível afirmar que há igualdade entre a variância das amostras coletadas com 50mm/s e 100mm/s, uma vez que para os graus de liberdade em questão: $F_{95\%} > F$, com $F_{95\%}=3.79$ [MON-98]. Ou seja é aceitável realizar-se medições com velocidade de 50mm/s, visto que o nível de incerteza estaria na mesma faixa do que quando na medição em 100mm/s.

6.2.5 Estimativa da curvatura pela fusão de todas as medições

Após tratamento estatístico de todos os dados coletados (uma massa total de 2160 pontos), e levando em conta a fusão da densidade de probabilidade dos giroscópios aplicados (ver Anexo F), pôde-se estimar a orientação do robô ao longo da trajetória escolhida para o ensaio com uma incerteza de 0,6 arcmin; valor obtido pela avaliação metrológica experimental “Tipo-A” [GON-01]. Este resultado foi calculado ao se considerar todo o conjunto das medições obtidas em velocidade de 50mm/s, independente da direção, número de bits ou modelo de giroscópio. Para este caso o perfil da torção e da flexão apresentou, ao

longo do comprimento de 1000mm no trilho, o comportamento ilustrado pelo gráfico da Figura 6.4 a seguir.

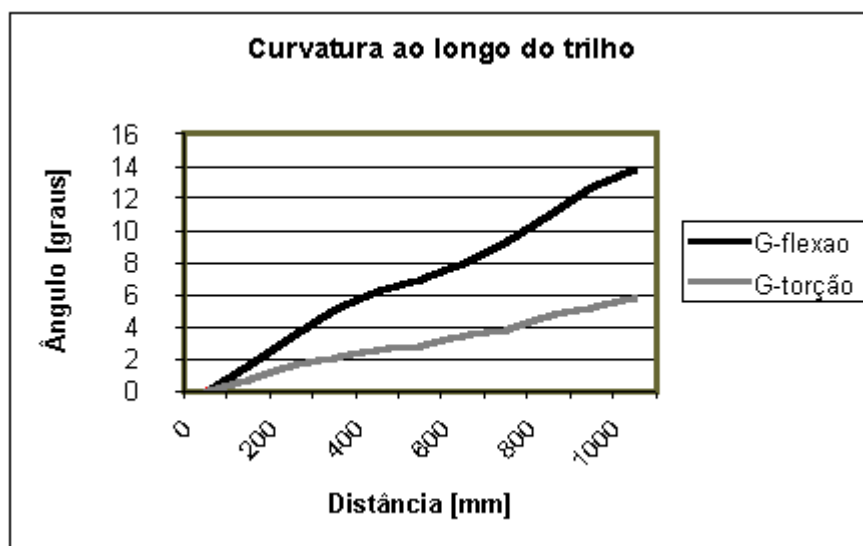


Figura 6.4 – Torção e flexão ao longo do trilho

Resultando numa reconstrução gráfica do trilho, através do programa MATLAB *rail.mat* (ver Anexo D) com o aspecto ilustrado na Figura 6.5.

Para a deformação escolhida para o ensaio o trilho apresentou em sua extremidade os seguintes ângulos:

Tabela 6.14 - Ângulos finais de curvatura medida

Curvatura	Ângulo
Flexão	$(13,80 \pm 0,01)^{\circ}$
Torção	$(5,96 \pm 0,01)^{\circ}$

Outra conclusão oriunda desta análise, levou a estimativa do erros máximos apresentados individualmente por cada modelo de giroscópio. Estes valores ficaram abaixo de 10 arcmin para os giroscópios E-Core e Horizon, entretanto para o giroscópio Gyrochip tal valor apresentou um elevado patamar, próximo a 60 arcmin, conforme ilustra o gráfico da Figura 6.6 adiante.

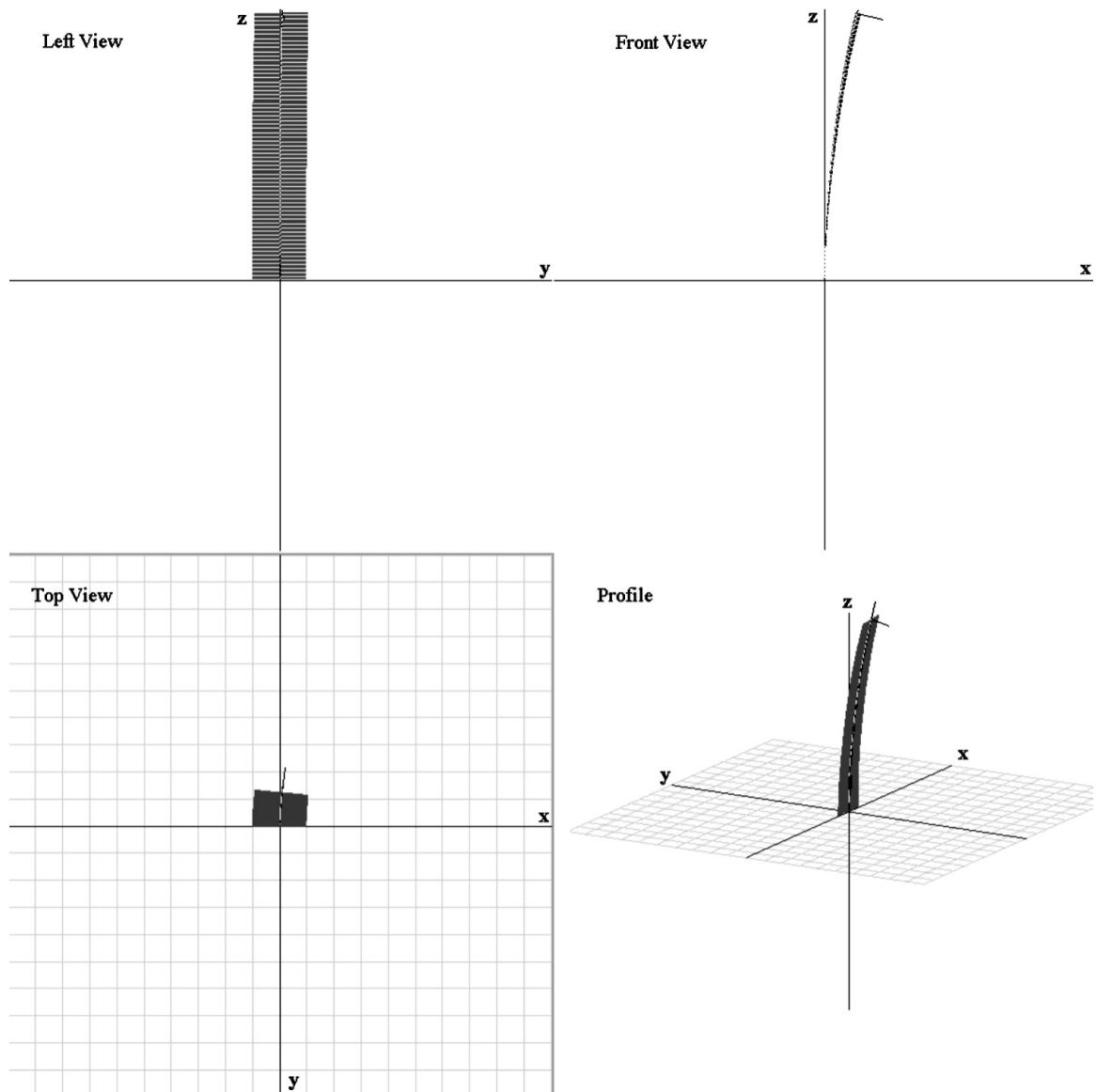


Figura 6.5 – Visualização tridimensional do trilho na deformação do ensaio

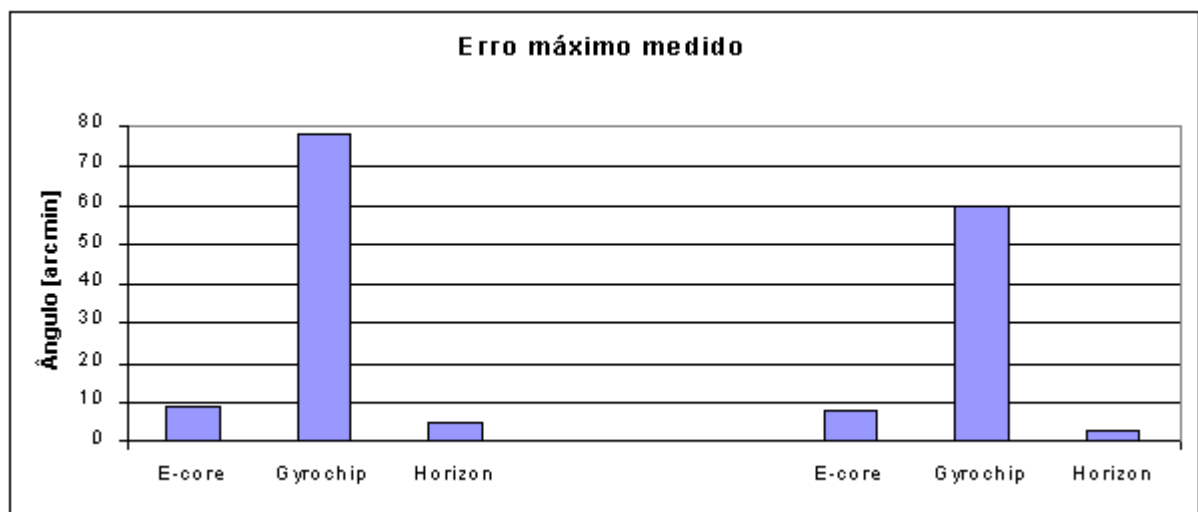


Figura 6.6 – Erro máximo medido em cada giroscópio: na flexão a esquerda e na torção a direita

Estes resultados não excluem por definitivo a possibilidade de se empregar o giroscópio Gyrochip, para tanto seria necessário que se realizasse um futuro estudo sobre o comportamento da parcela de erro sistemático que o mesmo apresenta.

As curvas de erros para os ângulos de flexão e torção empregando os giroscópios E-Core e Horizon são mostrados nos gráficos a seguir.

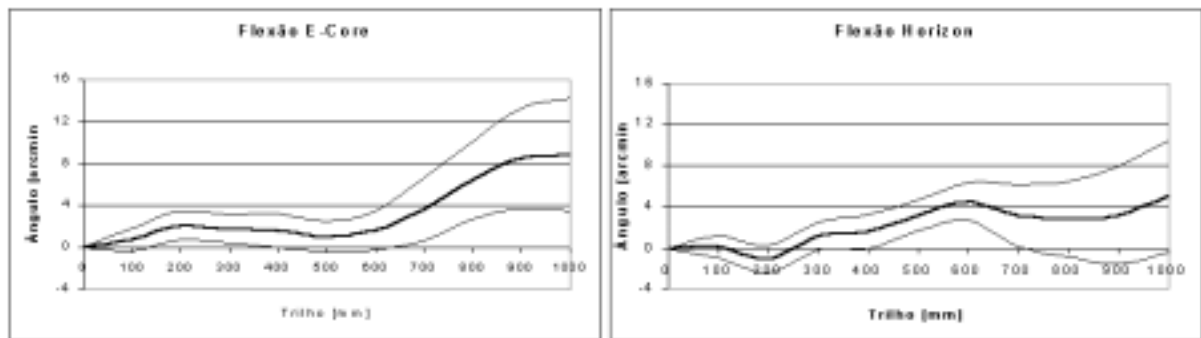


Figura 6.7 – Curva de erros na flexão em relação à todas as medições

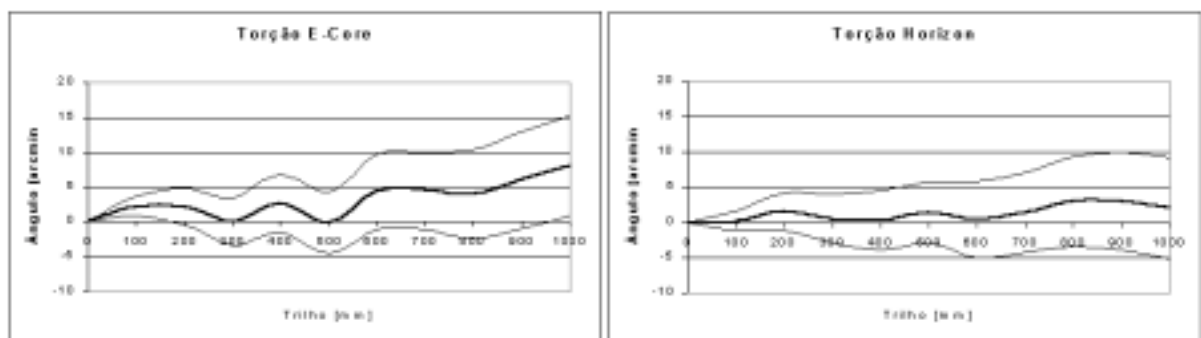


Figura 6.8 - Curva de erros na torção em relação à todas as medições

Para o giroscópio Gyrochip, que apresentou valores por demais elevados e fora da faixa de comparação com os demais, a mesmas curvas são mostradas na Figura 6.9.

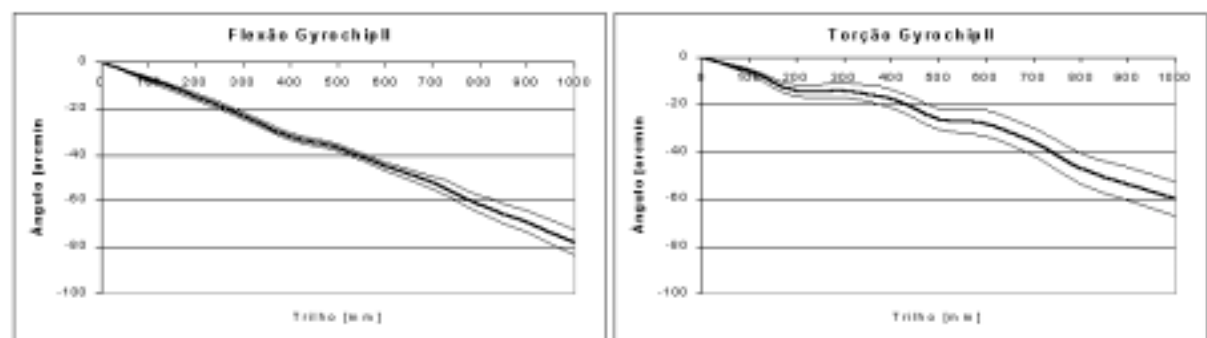


Figura 6.9 - Curva de erros no giroscópio GyroChipII em relação à todas as medições

Esta acentuada tendência no giroscópio GyrochipII ocasiona um acréscimo na incerteza da curvatura do trilho obtida pela fusão do conjunto das medições. Ou seja, uma melhor estimativa para a curva de erros dos giroscópios E-Core e Horizon pode ser obtida excluindo do conjunto de dados as medições com o giroscópio GyrochipII. Com estas novas curvas de erros mostradas nas duas ilustrações a seguir, percebe-se que a tendência em todos os casos manteve-se abaixo de 3 arcmin.

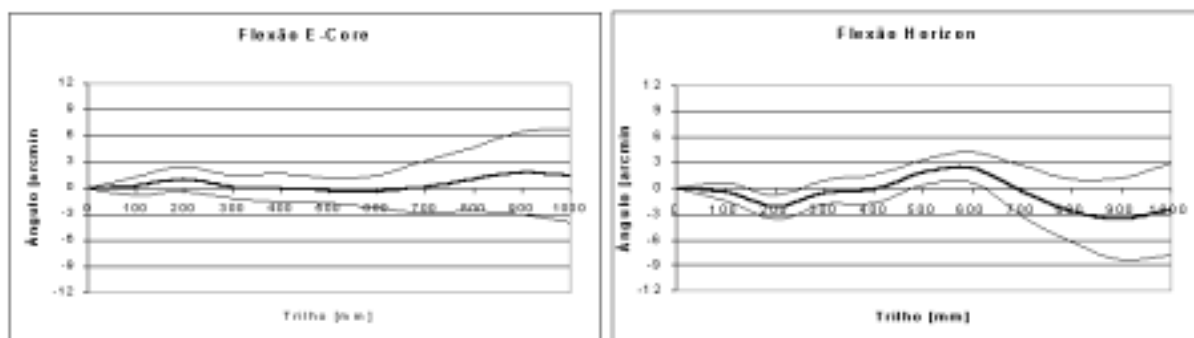


Figura 6.10 - Curva de erros na flexão entre giroscópios E-Core e GyrochipII

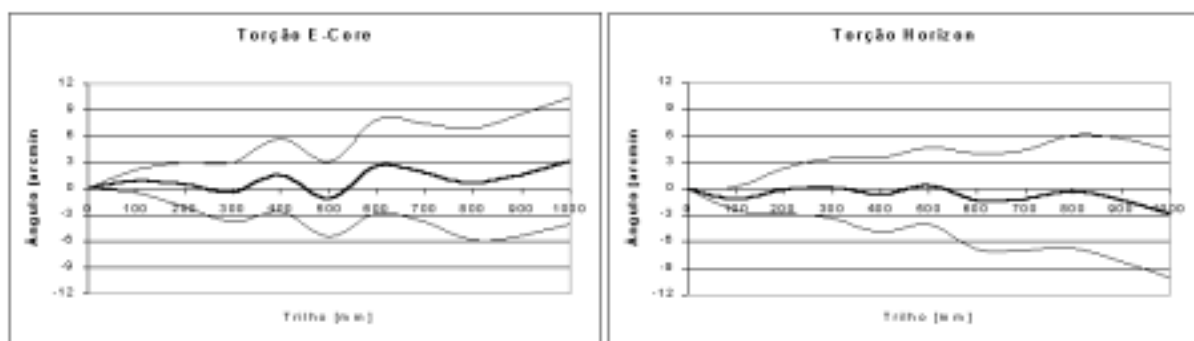


Figura 6.11 - Curva de erros na torção entre giroscópios E-Core e GyrochipII

Das curvas anteriores é possível também extrair conclusões preliminares a respeito da incerteza. Neste aspecto, observa-se que sua maior influência é oriunda dos erros aleatórios que tendem a aumentar cada vez mais a faixa de repetitividade ao longo da medição.

A partir da repetitividade medida, considerando isoladamente cada um dos giroscópios (e não a fusão entre medições), os valores de ângulos de flexão e torção foram obtidos com uma incerteza expandida máxima de 1,2 arcmin (Figura 6.12).

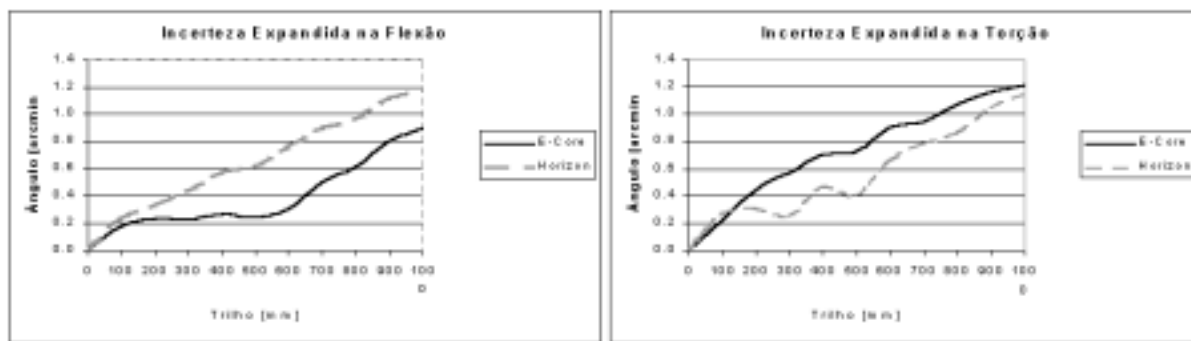


Figura 6.12 - Incerteza expandida dos ângulos ao longo do trilho

Em ambos os casos o resultado para a flexão é melhor do que o requisitado que é de 1,84 armin calculado pela (5.1). Igualmente para a torção os resultados mostraram-se melhores do que o exigido pela (5.2) que era de 2,17 arcmin.

6.3 Comparativo através da medição com braço articulado

Como uma tentativa de se obter a curvatura do trilho através de um sistema de medição alternativo aos giroscópios, foi utilizado um braço de medição modelo Faro, do fabricante Mitutoyo. Um relatório com a especificação das condições do ensaio (gerado pelo próprio equipamento) é mostrado na Tabela 6.15 a seguir:

Quando os valores de curvatura lidos com os giroscópios E-Core e Horizon foram comparados aos valores lidos com o braço de medição, pôde-se perceber uma proporcionalidade entre os perfis através dos gráficos a seguir. Entretanto, deve-se estar atento para o fato de que os valores finais não são coincidentes pelo fato de que o ensaio com braço de medição ter característica estática. Ou seja, a leitura é tomada em pontos ao longo da trajetória do trilho com o robô parado. Isto faz com que o conjunto mecânico torne-se sujeito à influência de esforços de acomodação do braço, devido a componentes de desaceleração quando o carro interrompe o movimento que, frente a flexibilidade da base do trilho, ocasionam mudanças especialmente na orientação do ângulo relativo a torção. Também fica-se sujeito a esforços oriundos de contato do próprio braço de medição, conforme ilustrado na foto da Figura 6.13 adiante.

Tabela 6.15 - Especificações do ensaio com o braço de medição

• <i>FaroArm Serial Number:</i> S12-05-98-00980
• <i>Controller Version:</i> 4.52
• <i>Calibration Date:</i> 02-09-98
• <i>Time & Date:</i> Fri May 16 12:29:22 2003
• <i>Temperature:</i> 22.972°C
• <i>Uncertainty:</i> 0.1778 Millimeters
• <i>Operator:</i> EMERSON L MORAIS
• <i>Part Name:</i> ENSAIO ROBOTURB
• <i>Part Serial Number:</i> 001
• <i>General scale:</i> 1.000000



Figura 6.13 - Foto do procedimento de medição da curvatura através de braço articulado

Este ensaio permitiu extrair informação sobre o coeficiente de correlação entre os sistemas de medição empregados, que no caso foi de **0,9980** para torção e de **0,9985** para flexão. Ou seja, próximos o suficiente do valor unitário de forma a poder-se afirmar que as medições são apenas proporcionais.

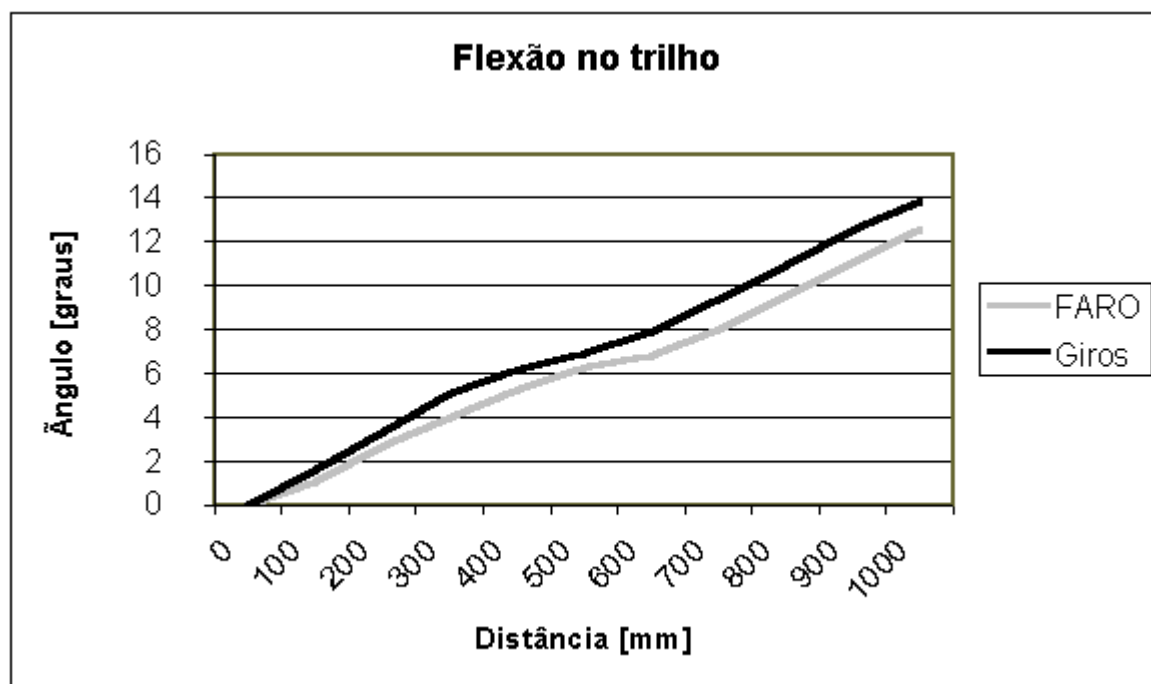


Figura 6.14 - Comparação entre os métodos empregados na medição da flexão

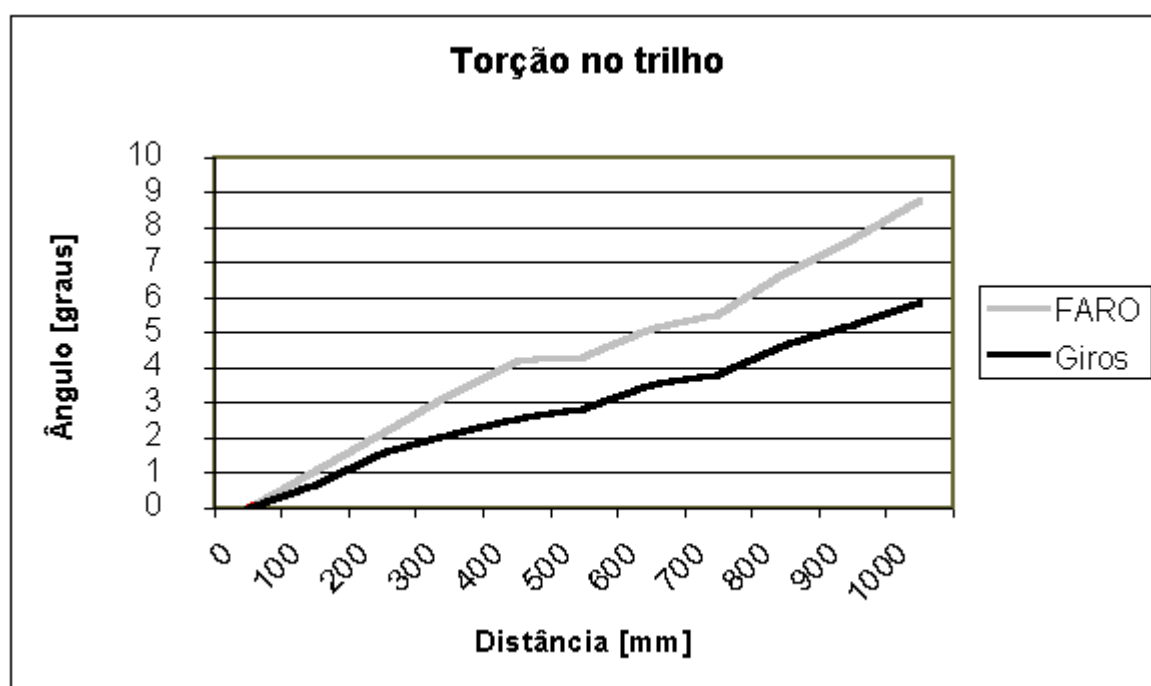


Figura 6.15 - Comparação entre os métodos empregados na medição da torção

6.4 Discussão a respeito dos ensaios realizados

Trata-se agora sobre a questão de qual dos modelos de giroscópios analisados deve ser empregado. Uma análise dos gráficos mostrados nas Figuras 7.7 a 7.9 mostram que o giroscópio Gyrochip apresentou maior erro de tendência em relação aos dois outros modelos e, por este motivo optou-se pela abstenção de seu uso.

Para a medição do ângulo de flexão final do trilho (Figura 6.12) o giroscópio E-Core apresentou um desempenho levemente superior ao Horizon. Entretanto, a opção pelo giroscópio Horizon para medir a flexão deve-se a dois importantes fatores: i) este giroscópio apresenta menor massa e dimensão física em relação ao modelo de fibra óptica e, ii) atualmente, este giroscópio encontra-se disponível no mercado com um valor monetário inferior ao do outro modelo.

Já para a medição da torção, ambos os giroscópios apresentaram o mesmo nível de incerteza expandida. Entretanto, como o eixo da medição do ângulo de torção do trilho é solidário ao eixo da primeira junta rotativa – junta ν_2 da estrutura cinemática mostrada na Figura 7.2 da página 91 adiante – será dada preferência de uso ao giroscópio E-Core por apresentar melhor resposta dinâmica. Este novo critério justifica-se pelo fato de que este componente poderia vir a ser útil também como sensor para realimentação de um sistema de controle da rigidez torsional do conjunto carro-trilho, antevendo principalmente problemas relativos a variação de massa nas cargas aplicadas ao efetuador do Roboturb.

Quanto a validação do uso de giroscópios como forma de medir a geometria do trilho no Roboturb, não foi possível confirmá-la através da comparação das medições feitas com o giroscópios frente àquelas obtidas pelo braço de medição. Para confirmar a eficiência deste sistema de medição com giroscópios deve-se buscar um outro método comparativo tal que apresente um comportamento imutável ao longo do ensaio. Este método pode, por exemplo, ser implementado através de um alvo onde se busque verificar a característica de orientação para percurso no eixo z (veja Figura 8.15). Entretanto para isto será necessário o desenvolvimento de um algoritmo de cinemática inversa no Roboturb. Assim, este é o assunto abordado no capítulo seguinte.

Capítulo 7 Cinemática Inversa – *uma proposta para validar o SM*

A cinemática estuda as relações entre acelerações, velocidades, posições e comprimento dos elos do robô sem considerar as forças e os torques que neles atuam. Chama-se cinemática direta a função não linear que obtém as coordenadas (e os ângulos de orientação) do efetuador final a partir das coordenadas de junta do robô. E, chama-se cinemática inversa ao contrário da anterior, a função igualmente não linear que obtém as coordenadas de junta a partir das coordenadas cartesianas (e dos ângulos de orientação) no efetuador final do robô.

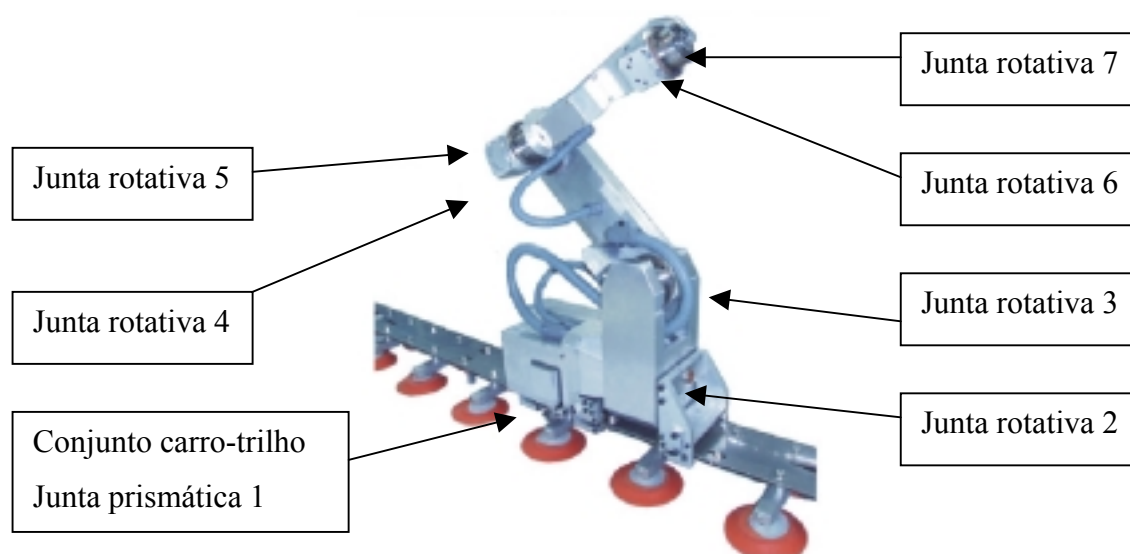


Figura 7.1 - Juntas do Roboturb

A cinemática direta é uma função biunívoca e de simples solução, posto que para cada elemento do conjunto de coordenadas de junta existirá apenas uma posição e orientação definida no efetuador final. Por outro lado, a cinemática inversa pode não apresentar a mesma característica, especialmente quando o robô apresenta um número maior de graus de liberdade a nível de juntas do que o exigido no efetuador. Isto torna o problema de definição da função cinemática inversa mais complexo, principalmente devido à diversidade de soluções para se atingir a mesma posição e orientação do efetuador final. No caso Roboturb, particularmente,

esta situação de redundância ocorre devido ao fato do mesmo ter sete juntas enquanto que solicita-se seis graus de liberdade no efetuador final do mesmo.

Geometricamente o Roboturb é constituído por um braço robótico com três juntas rotativas para a orientação de um punho esférico. A base do subsistema posicionador está instalada sobre um trilho que confere a todo conjunto quatro graus de liberdade, totalizando portanto 7 *GDL* para o robô conforme ilustrado na Figura 7.1 anterior.

A concepção redundante do robô deveu-se ao fato do espaço de trabalho onde será aplicado nas tarefas de soldagem e medição da erosão, ser confinado, suscetível a colisões e singularidades devido ao comprimento das erosões. Sua estrutura geométrica e graus de liberdade podem ser melhor identificados na Figura 7.2 a seguir, onde os eixos de referência para cada junta foram especificados conforme convencionados por Denavit-Hartenberg.

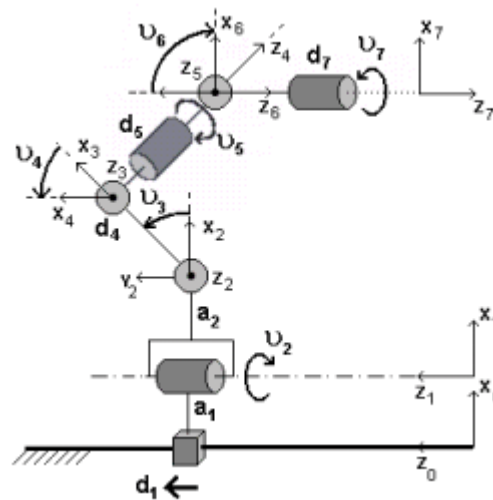


Figura 7.2 - Estrutura cinemática do Roboturb

Tabela 7.1 - Parâmetros Denavit-Hartenberg do Roboturb

Elo (<i>i</i>)	a_i	α_i	d_i	v_i
1	100mm	0	d_1	0
2	150mm	$\pi/2$	0	v_2
3	300mm	0	0	v_3
4	0	$-\pi/2$	-89mm	v_4
5	0	$-\pi/2$	300mm	v_5
6	0	$\pi/2$	0	v_6
7	0	0	125mm	v_7

As dimensões do modelo teórico correspondem aos valores na Tabela 7.1 acima. Com base nestas dimensões e frames convencionados, é apresentada na seção a seguir uma solução possível para o problema da cinemática inversa do Roboturb.

7.1 Cinemática inversa para um trilho retilíneo

A questão da cinemática inversa do Roboturb passa por dois itens complicadores. O primeiro, como já comentado, é relacionado com a redundância de graus de liberdade apresentado, e o segundo referente à curvatura presente no trilho. Neste aspecto, é uma boa prática separá-los de forma a resolver isoladamente cada um destes problemas para, ao final, obter uma solução completa. É possível resolver a questão da cinemática inversa do Roboturb através dos seguintes passos:

- 1- Cinemática inversa de posicionamento para um trilho retilíneo,
- 2- Cinemática inversa de orientação para um trilho retilíneo e
- 3- Cinemática inversa de postura considerando a curvatura do trilho,

que são apresentados a seguir.

7.1.1 Cinemática inversa de posicionamento

É notório na cinemática do Roboturb que as três últimas juntas na direção do efetuador final (juntas ν_5 a ν_7) têm como finalidade a orientação angular deste. Portanto, é possível resolver o problema de redundância do Roboturb considerando-se apenas as juntas destinadas ao posicionamento do efetuador final (juntas ν_1 a ν_4). Neste particular, uma forma de reduzir a redundância é através da limitação do volume de trabalho do Roboturb a um cilindro, tal que o ponto neutro no centro do punho esférico seja posicionado com o braço sempre de forma perpendicular ao trilho, conforme ilustra a Figura 7.3 a seguir.

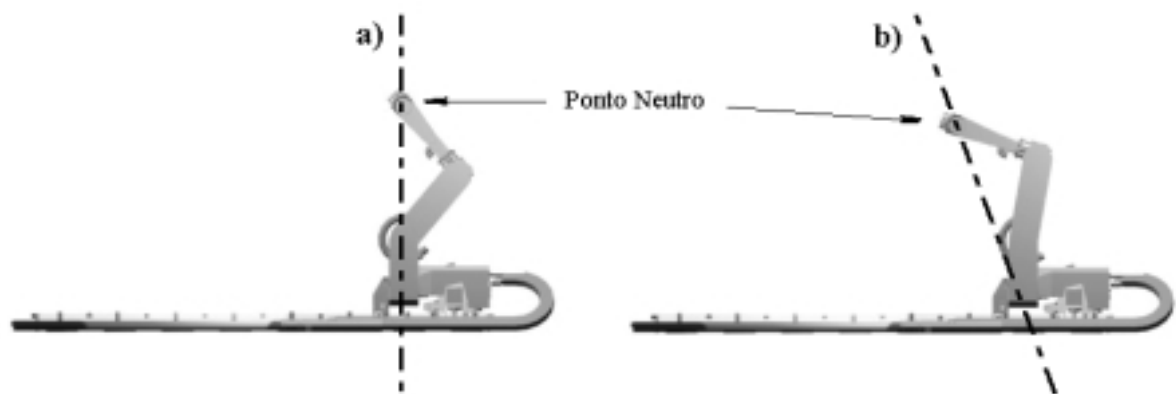


Figura 7.3 - Postura: a) perpendicular e b) não perpendicular

Neste caso, a redundância é reduzida a apenas duas posturas (braço esquerdo e braço direito mostradas na Figura 7.5) visto que o ângulo de posicionamento da junta ν_4 será sempre um múltiplo da junta ν_3 . Particularmente como os elos a_3 e d_5 possuem o mesmo comprimento percebe-se facilmente que é aplicável a seguinte relação, para qualquer ponto alcançável de uma seção perpendicular do trilho dentro do volume de trabalho:

$$\nu_4 = -2.\nu_3 \quad (7.1)$$

Esta limitação torna-se bastante apropriada por ser possível associar à coordenada cartesiana em z do ponto desejado $P_d(x_d, y_d, z_d)$ diretamente o valor da coordenada da junta prismática formada pelo trilho d_1 , ou seja:

$$d_1 = z_d \quad (7.2)$$

Logo, a obtenção da cinemática inversa para as duas juntas rotativas restantes (ν_2 e ν_3) podem ser facilmente computadas. Para tanto, considerar-se-á a seguinte postura de referência⁷ para o Roboturb.

⁷ Postura na qual todas as juntas apresentam valores de coordenadas iguais a zero.

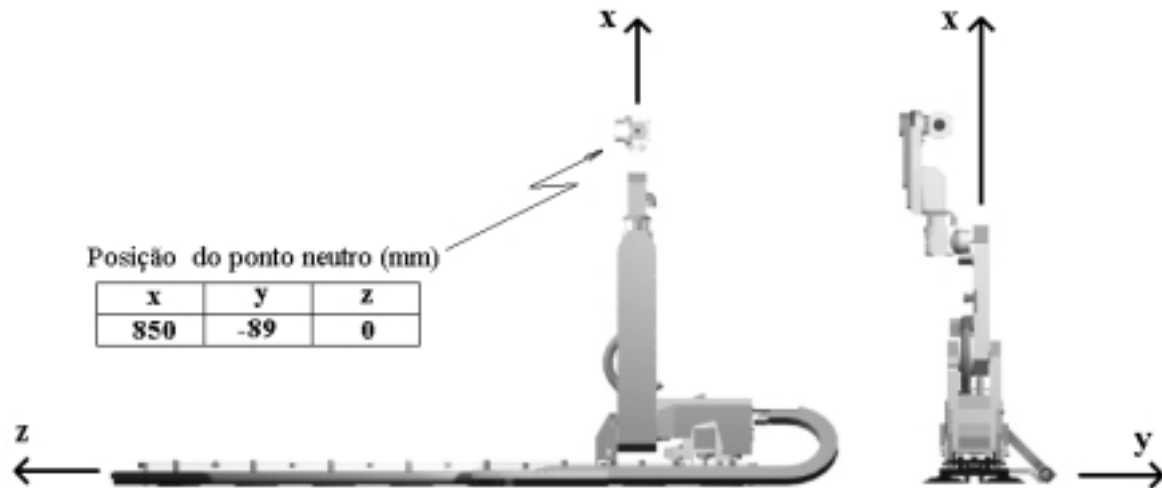


Figura 7.4 - Postura de referência

Considerando uma escolha de postura de braço esquerdo, conforme ilustrado pela Figura 7.5 - a) , as coordenadas angulares das juntas ν_2 e ν_3 são dadas pelas relações:

$$\nu_2 = \text{sen}^{-1} \left[\frac{r' \cdot y_d + (a_1 - x_d) \cdot d_4}{(x_d - a_1)^2 + y_d^2} \right] e \quad (7.3)$$

$$\nu_3 = \cos^{-1} \left[\frac{r' - a_2}{2 \cdot a_3} \right], \quad (7.4)$$

onde:

$$r' = \sqrt{(x_d - a_1)^2 + y_d^2 - d_4^2} \quad (7.5)$$

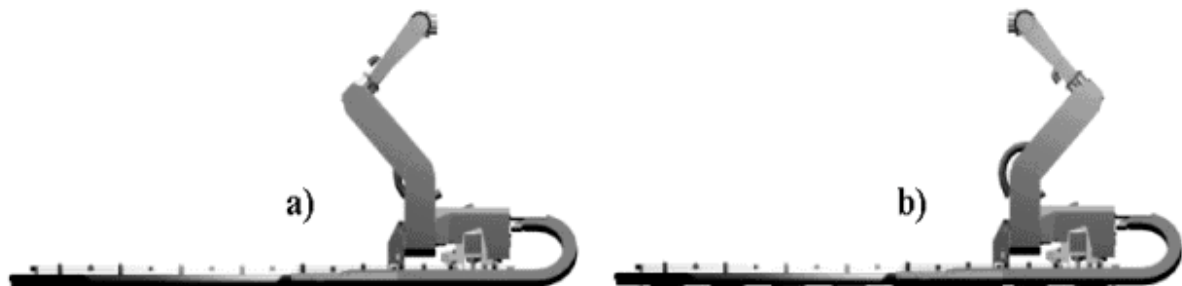


Figura 7.5 - Postura: a) em braço esquerdo e b) em braço direito

Alternativamente, também pode ser escolhida uma postura de postura de braço direito, conforme ilustra a Figura 7.5 – b), onde neste caso as novas coordenadas seriam então dadas por:

$$v_3 = -\cos^{-1}\left[\frac{r'-a_2}{2.a_3}\right], e \quad (7.6)$$

$$v_4 = -2.v_3 \quad (7.7)$$

7.1.2 Cinemática inversa de orientação

Para solucionar o problema dos ângulos a serem atribuídos para cada uma das juntas do punho deve ser empregado um esquema de modelagem matemática que expresse rotações no espaço. O uso de quaternions para este caso é uma escolha particularmente interessante devido a facilidade bem como simplicidade para uso em algoritmos de tempo-real, como já comentado em capítulos anteriores.

A especificação da orientação desejada no ponto neutro no centro do punho esférico é determinada através de ângulos RPY (Euler $\varphi_d, \theta_d, \psi_d$) conforme descrito pela Figura 7.6 a seguir, que ilustra a postura inicial (postura *start*) do Roboturb, onde a contribuição do braço na orientação do punho é de 45 graus.

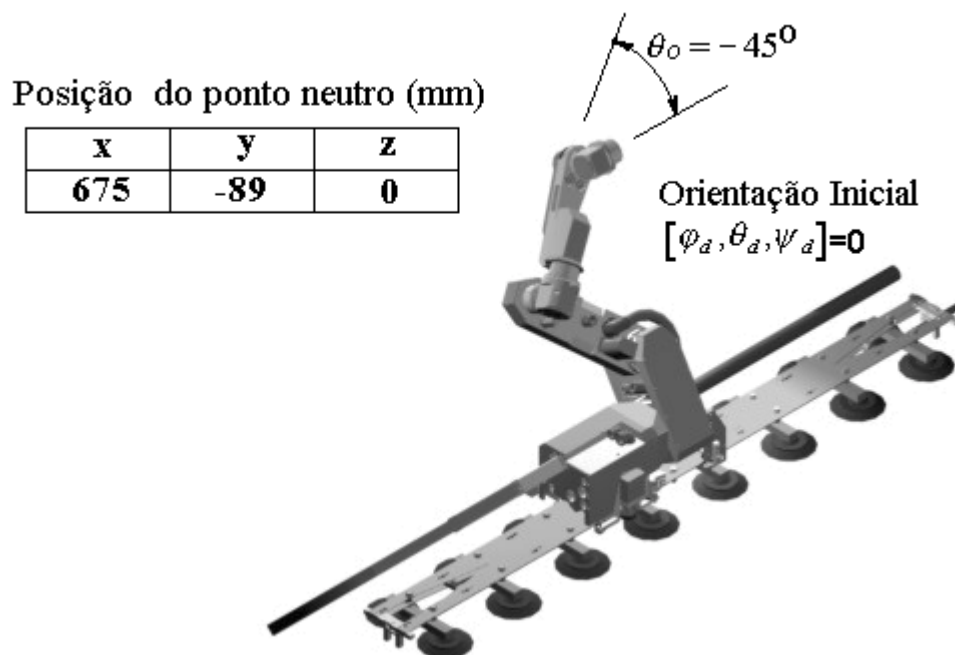


Figura 7.6 - Postura inicial do Roboturb

A solução da cinemática inversa da orientação do efetuador final do Roboturb pode ser resolvida levando-se, primeiramente, em consideração a orientação ocasionada pelas juntas de posicionamento, ou seja, o quaternion de rotação (\mathbf{q}_p) gerado pelo braço posicionador é obtido pela expressão (2.32) onde $\varphi = \nu_2$, $\theta = \nu_3$ e $\psi = 0$, ou seja:

$$\mathbf{q}_p = \cos \frac{\nu_2}{2} \cdot \cos \frac{\nu_3}{2} - \mathbf{i} \cdot \sin \frac{\nu_2}{2} \cdot \sin \frac{\nu_3}{2} + \mathbf{j} \cdot \cos \frac{\nu_2}{2} \cdot \sin \frac{\nu_3}{2} + \mathbf{k} \cdot \sin \frac{\nu_2}{2} \cdot \cos \frac{\nu_3}{2} \quad (7.8)$$

Então, se o quaternion desejado para o efetuador final, descrito pelos ângulos RPY desejados (respectivamente φ_d , θ_d e ψ_d) for dado também pela expressão (2.32) com $\varphi = \varphi_d$, $\theta = \theta_d$ e $\psi = \psi_d$, ou seja:

$$\mathbf{q}_d = \begin{bmatrix} \cos \frac{\varphi_d}{2} \cdot \cos \frac{\theta_d}{2} \cdot \cos \frac{\psi_d}{2} + \sin \frac{\varphi_d}{2} \cdot \sin \frac{\theta_d}{2} \cdot \sin \frac{\psi_d}{2} \\ \cos \frac{\varphi_d}{2} \cdot \cos \frac{\theta_d}{2} \cdot \sin \frac{\psi_d}{2} - \sin \frac{\varphi_d}{2} \cdot \sin \frac{\theta_d}{2} \cdot \cos \frac{\psi_d}{2} \\ \cos \frac{\varphi_d}{2} \cdot \sin \frac{\theta_d}{2} \cdot \cos \frac{\psi_d}{2} + \sin \frac{\varphi_d}{2} \cdot \cos \frac{\theta_d}{2} \cdot \sin \frac{\psi_d}{2} \\ \sin \frac{\varphi_d}{2} \cdot \cos \frac{\theta_d}{2} \cdot \cos \frac{\psi_d}{2} - \cos \frac{\varphi_d}{2} \cdot \sin \frac{\theta_d}{2} \cdot \sin \frac{\psi_d}{2} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Pode-se facilmente obter o quaternion de orientação do punho \mathbf{q}_0 pela expressão:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}_p^{-1} \otimes \mathbf{q}_d \quad (7.10)$$

Para então poder extrair-se os ângulos de junta através das equações (7.11) a (7.13) dadas seguir.:

$$\nu_5 = \tan^{-1} \left(-2 \cdot q_{0y} \cdot q_{0z} + 2 \cdot q_{0x} \cdot q_{0r}, q_{0r}^2 - q_{0x}^2 - q_{0y}^2 + q_{0z}^2 \right) \quad (7.11)$$

$$\nu_6 = \sin^{-1} (2 \cdot q_{0x} \cdot q_{0z} + 2 \cdot q_{0y} \cdot q_{0r}) \quad (7.12)$$

$$\nu_7 = \tan^{-1} \left(-2 \cdot q_{0x} \cdot q_{0y} + 2 \cdot q_{0z} \cdot q_{0r}, q_{0r}^2 + q_{0x}^2 - q_{0y}^2 - q_{0z}^2 \right) \quad (7.13)$$

A visualização de cada um destes eixos de junta no punho Roboturb é mostrada pela Figura 7.7 a seguir.

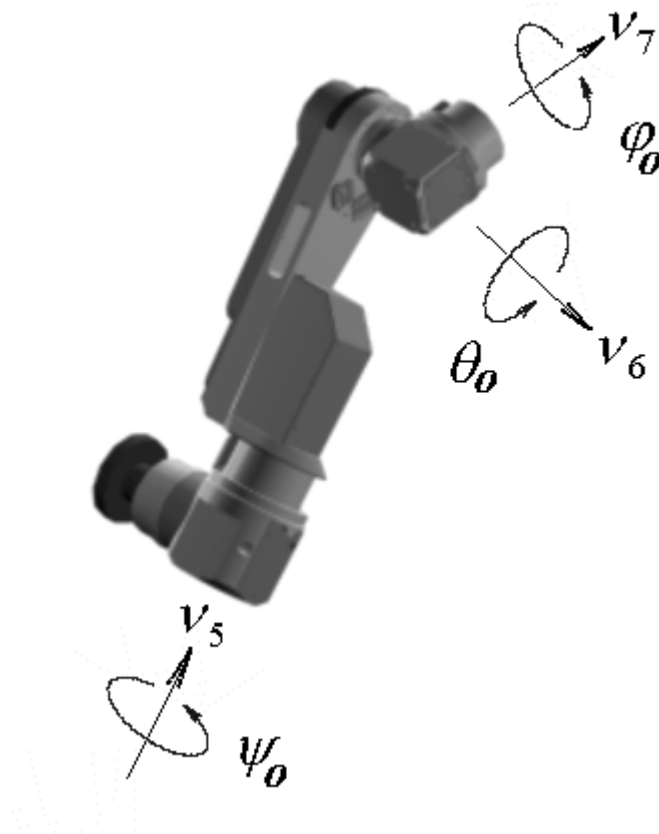


Figura 7.7 - Ângulos de juntas do punho

7.2 Síntese considerando a curvatura do trilho

O passo final para obter um algoritmo de cinemática inversa aplicável ao Roboturb considera que o mesmo percorre trajetórias sobre o trilho com curvatura e torção não nulas. Para obtenção deste algoritmo parte-se da premissa de que a tarefa de medição e estimativa da geometria do trilho já tenha sido previamente executada nos moldes em que foi descrita pelo Capítulo 3 anterior. Ou seja, encontra-se disponível uma função $\check{\mathbf{q}}_s(z)$ a qual retorna o quaternion dual $\check{\mathbf{q}}_s$ (posição e orientação) do trilho para uma coordenada z dada.

Para que o ponto neutro do punho do Roboturb possa atingir um ponto no espaço com uma determinada posição e orientação desejada duas questões devem ser respondidas:

1) Em qual coordenada do trilho (s) o robô deve se posicionar para atingir tal ponto com o menor erro? e,

2) Qual a postura braço-punho para que o ponto desejado seja atingido?

A resposta à primeira questão é pré-requisito para poder solucionar a segunda, já que, conhecendo-se o ponto onde o robô se posicionará no trilho, é possível computar o quaternion dual ($\hat{\mathbf{q}}_s$) deste ponto em relação à origem, para então solucionar a equação de quaternions duais obtendo a correta postura braço-punho ($\hat{\mathbf{q}}_{po}$). Porém, responder a esta primeira questão com exatidão matemática não é tarefa que possa ser solucionada analiticamente, conforme explanado a seguir.

Pelo fato do algoritmo, para cinemática inversa, apresentar restrição de postura para posicionamentos do braço não perpendiculares ao trilho, fica evidente que o ponto meta desejado (P_d) deve se encontrar no plano normal ao ponto em que o robô é posicionado no trilho (P_s), conforme ilustra a Figura 7.8 a seguir. Neste caso, a distância (r') corresponderá à menor distância entre o ponto (P_d) e o trilho. Entretanto, como não se conhece a priori qualquer outra informação sobre este ponto no trilho, há que se aplicar um método numérico para encontrá-lo.

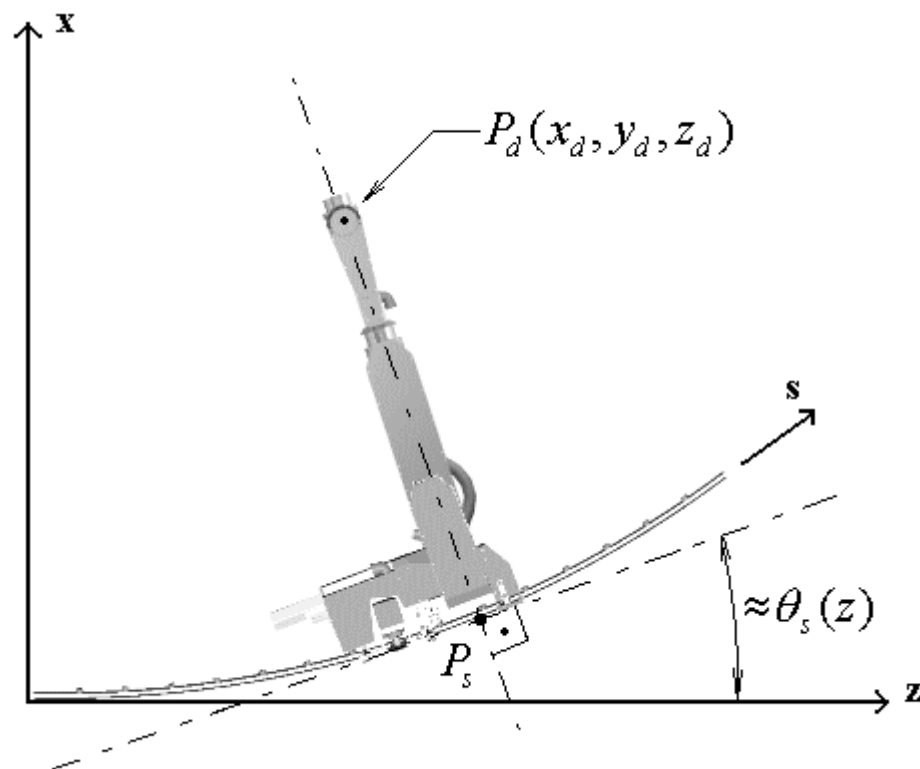


Figura 7.8 –Postura e coordenada (s) sobre o trilho curvo

Uma boa escolha para se iniciar tal busca é partindo-se da coordenada do trilho correspondente à coordenada (s_d) dada por:

$$s_d = z_d + \theta_s(z) \cdot [x_d - x_s(z)] \quad (7.14)$$

Esta escolha se justifica pelo fato de que o ponto (s_d) terá sempre um valor de coordenada maior do que a coordenada (z_d), a exceção apenas de quando a curvatura do trilho for igual a zero, onde então (s_d) será igual a (z_d).

Desta forma inicia-se um processo numérico de busca da coordenada do trilho que resulte na menor distância (d) entre os pontos (P_s) e (P_d). Tal busca é realizada em incrementos da coordenada do trilho (Δs) que não comprometam a incerteza máxima prevista para o erro de posicionamento do efetuador final. Este valor, já estimado pela equação (5.5) vale 0,38mm. Sendo que a condição lógica indicativa de que o ponto (P_s) foi encontrado é:

$$\exists(P_s = P_{s_i}) \Rightarrow d(P_{s_{i+1}}, P_d) > d(P_{s_i}, P_d) \quad (7.15)$$

Então, obtém-se o quaternion dual do trilho nesta coordenada (s) dado por $\overset{\vee}{\mathbf{q}}_s$, obtido pela parametrização da curva de desvios de coordenadas de posição e orientação no trilho usando polinômios cúbicos (ver Anexo A).

Por outro lado, o quaternion dual do ponto desejado $\overset{\vee}{\mathbf{q}}_d$ é obtido através da aplicação da expressão (2.57) onde o quaternion de rotação tenha sido já previamente calculado pela equação (7.9) anterior.

O quaternion dual do conjunto braço-punho $\overset{\vee}{\mathbf{q}}_{po}$ pode ser obtido pela relação:

$$\overset{\vee}{\mathbf{q}}_{po} = \overset{\vee}{\mathbf{q}}_s^{-1} \otimes \overset{\vee}{\mathbf{q}}_d \quad (7.16)$$

Do qual se obtém as novas coordenadas x_d e y_d para o braço de posicionamento conforme a equação:

$$\mathbf{t} = 2 \cdot \mathbf{q}_t \cdot \mathbf{q}_R^{-1}, \quad (7.17)$$

cujo valor na coordenada (z) deve ser desconsiderado, já que esta coordenada do trilho foi previamente obtida pelo teste (7.15). Tais coordenadas são a seguir entregues ao algoritmo de cinemática inversa visto na seção 7.1.2 para que sejam obtidos as coordenadas de junta ν_2 , ν_3 e ν_4 de posicionamento. Finalmente, as coordenadas de junta ν_5 , ν_6 e ν_7 do punho orientador são obtidas acrescentando-se à equação (7.10) o quaternion do desvio de orientação causado pelo trilho, ou seja:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}_p^{-1} \otimes \mathbf{q}_s^{-1} \otimes \mathbf{q}_d \quad (7.18)$$

Com os respectivos ângulos de junta obtidos conforme as equações (7.11) a (7.13) vistas anteriormente.

Capítulo 8 Implementações e Resultados

O desenvolvimento de todo o sistema de software foi implementado em LabVIEW 6.1 (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*) do fabricante National Instruments e, que é atualmente um dos mais poderosos ambientes de desenvolvimento de software para aplicações em instrumentação, teste, aquisição de dados, controle e monitoração de máquinas e processos [BIS-01].

O LabVIEW é um ambiente de desenvolvimento baseado em programação gráfica que traz implícito a divisão dos objetos de software (chamados de VI – *Virtual Instrument*) em duas camadas distintas, a saber:

- i) Painel frontal: é a interface gráfica disponível para o usuário final, onde é realizada a coleta dos dados de entrada e apresentados os dados de saída. O painel frontal pode conter diversos elementos de comando como por exemplo botões, chaves, *knobs* e outros controles indicadores.
- ii) Diagrama de blocos: contém a fonte do código (de forma gráfica) da aplicação. Neste diagrama são especificadas as ações computacionais desejadas tanto para o painel frontal como para todo o recurso de hardware disponível.

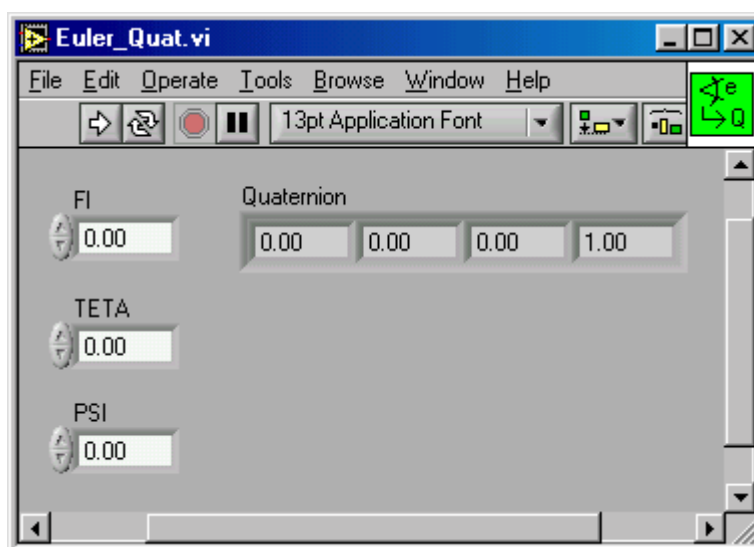


Figura 8.1 - Exemplo de painel frontal de uma VI

Um exemplo desta divisão é apresentado nas figuras abaixo, que mostram na Figura 8.2 o diagrama de blocos da VI desenvolvida para obter um quaternion a partir dos ângulos de Euler, conforme apresentada pela expressão (2.32), e o seu painel frontal na Figura 8.1.

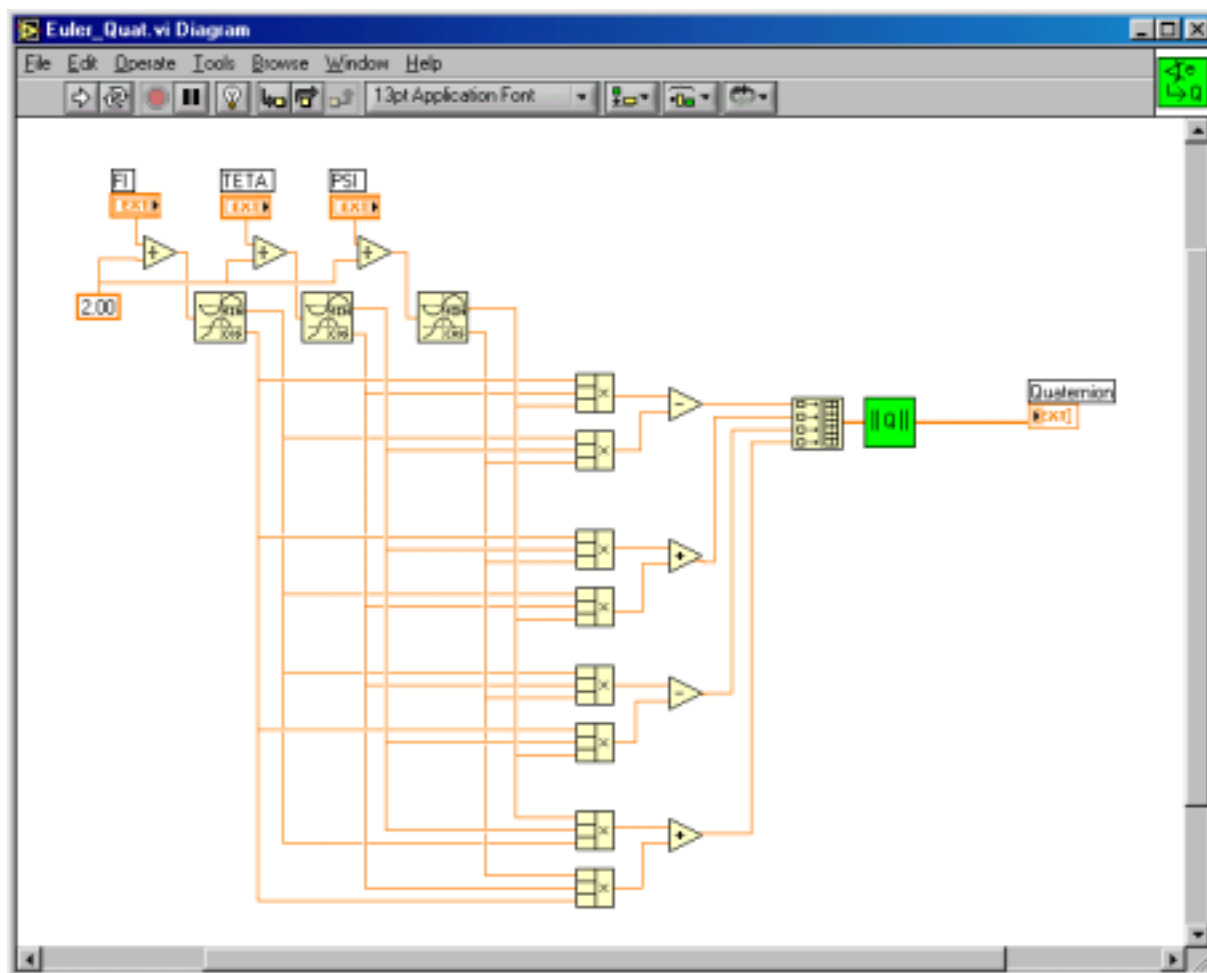


Figura 8.2 - Diagrama de blocos da VI do exemplo anterior

A escolha deste ambiente de programação para as tarefas implementadas neste trabalho foi definida a princípio pela disponibilidade imediata do software, uma vez que o mesmo acompanha todas as placas de controle de movimento utilizadas. Porém, outros fatores que pesaram na escolha deste ambiente incluíram: rápida curva de aprendizagem de uso e diversidade de funções científicas e de engenharia disponíveis. Tais fatores permitiram que todo o desenvolvimento pudesse ter sido realizado em um período relativamente curto de tempo (próximo a 6 meses).

8.1 Interface com usuário do software desenvolvido

No painel frontal principal da aplicação desenvolvida encontram-se pastas para execução das principais operações de movimentação além de informações sobre coordenadas de movimentos conforme ilustra a Figura 8.3 a seguir.

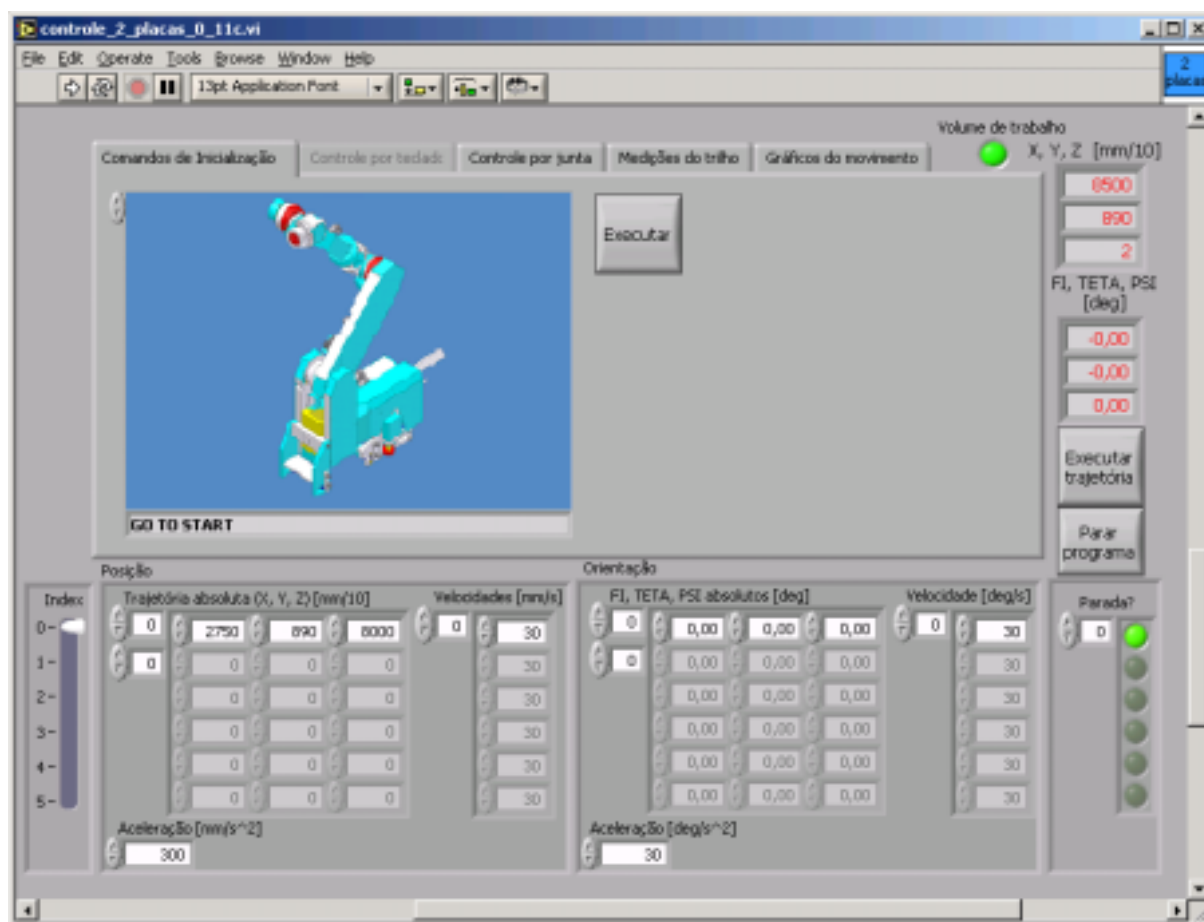


Figura 8.3 - Tela principal do painel de controle da interface com o usuário

Neste painel de controle há duas tabelas (na parte inferior) onde encontra-se as coordenadas de posição e orientação (e respectivas velocidades) da trajetória a ser executada. Na borda direita acima é mostrada a coordenada referente a posição e orientação atual do efetuador. Logo abaixo destas coordenadas há dois botões responsáveis pelo início de execução da trajetória e pela interrupção do programa. Uma indicação luminosa sinaliza todas as vezes que ocorre a tentativa de se executar um movimento fora do volume de trabalho previsto, situação em que o movimento sequer é iniciado.

As cinco pastas de trabalho disponíveis dividem as operações grupos principais de atividades de movimentação. Uma descrição sucinta de cada uma delas é apresentada a seguir.

8.1.1 Comandos de inicialização

Como o nome sugere esta pasta contém os comandos para realização das funções que devem ser executadas inicialmente a fim de habilitar a movimentação do Roboturb. A seqüencialização que deve ser obedecida durante esta fase de inicialização está modelada através do GRAFCET (ver [SIL-98]) ilustrado pela Figura 8.4 a seguir.

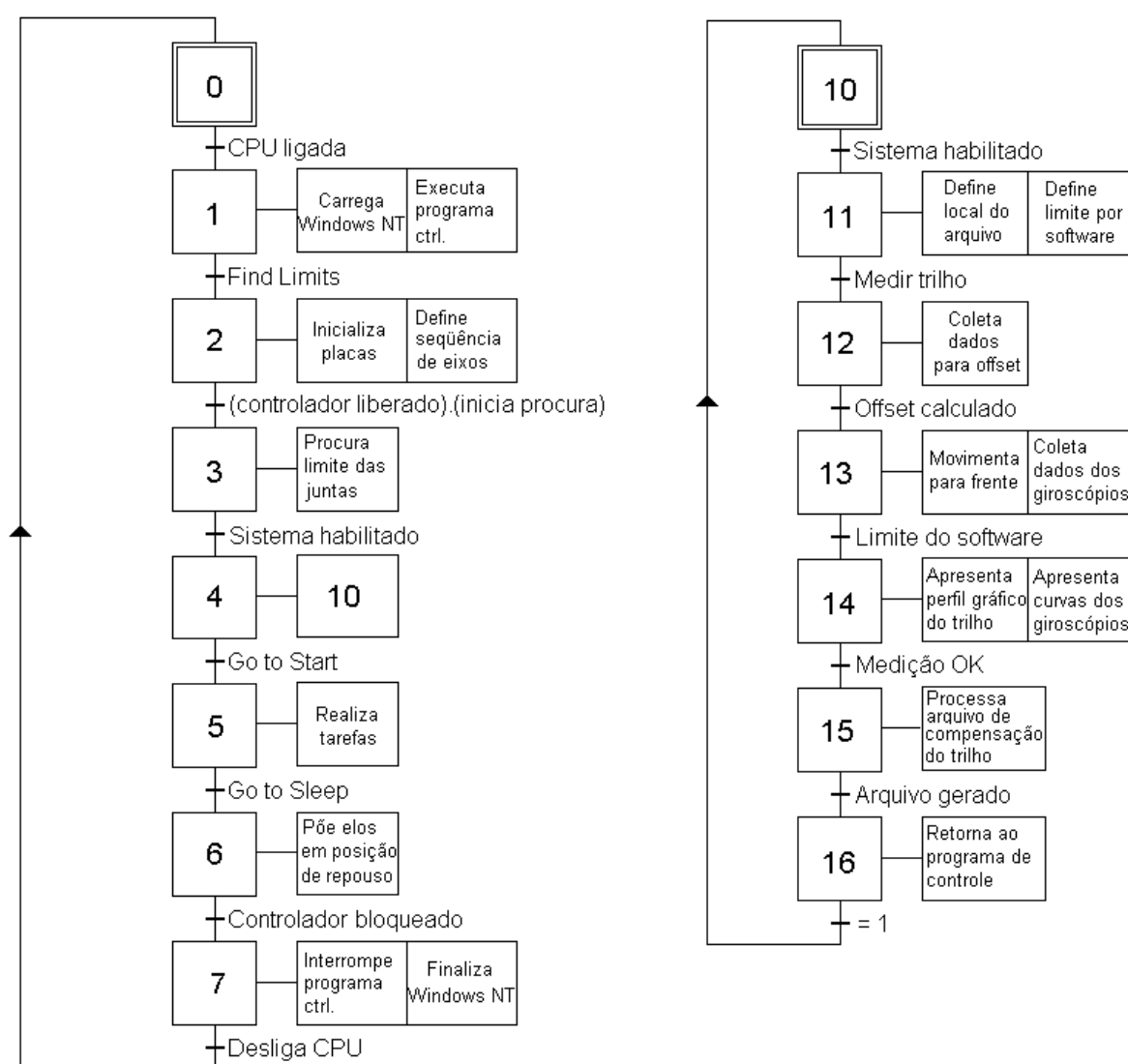


Figura 8.4 - GRAFCET de inicialização e de medição do trilho

8.1.2 Controle pelo teclado

Esta pasta contém os parâmetros e controles para execução de movimentos contínuos a partir do teclado, que neste caso, funciona como uma alternativa ao controle por *joy-stick* previsto na caixa de comando *teach-pendant* do Roboturb. Com tais comandos pelo teclado é possível executar movimentos nas coordenadas cartesianas x, y e z assim como nas coordenadas de orientação ϕ , θ e ψ . A cada pulsar das respectivas teclas é realizado um movimento com velocidade e aceleração especificada. Através desta pasta é possível ainda criar uma trajetória de movimentos e arquivá-la em disco magnético para uso posterior.



Figura 8.5 – Pasta: Controle pelo teclado

8.1.3 Controle por junta

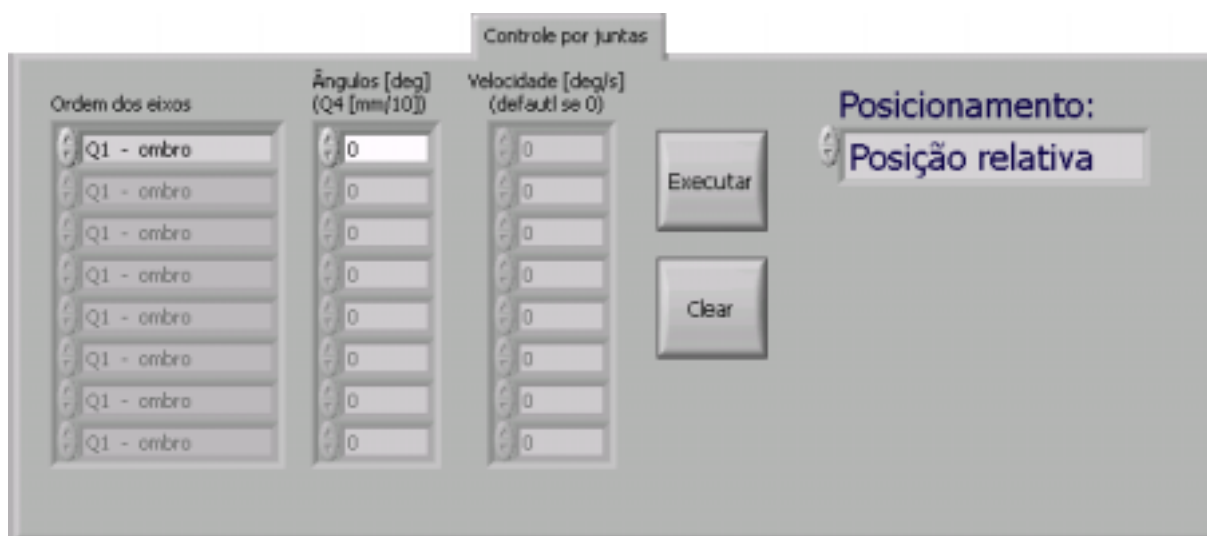


Figura 8.6 – Pasta: Controle por juntas

Nesta pasta encontra-se disponível os comando s para execução de movimentos individuais por junta do Roboturb. Caso não sejam especificadas as velocidades a serem empregadas na movimentação, é utilizado um valor *default* previamente definido para cada junta. Os movimentos são descritos em ângulos incrementais ou absolutos, conforme seja selecionado o modo de movimentação na caixa de controle específico da pasta. É possível especificar um vetor de movimentos sequenciais, com velocidades e juntas distintas e, executá-los com um único comando. O botão *Clear* limpa a área de dados deste vetor. A Figura 8.6 acima ilustra os comandos desta pasta.

8.1.4 Medições do trilho

Nesta pasta encontra-se os comandos destinados à obtenção da curvatura do trilho através dos giroscópios instalados no robô. Caso não seja indicado o arquivo onde os dados adquiridos pelos giroscópios devam ser armazenados uma janela de texto abrir-se-á solicitando tal indicação. Duas chaves comandam a inversão de polaridade do sinal adquirido por cada giroscópio. O programa está implementado de forma a tratar o sinal adquirido pelo canal 1 como um sinal do giroscópio responsável pela aquisição da torção no trilho, enquanto que para o canal 2 como um sinal do giroscópio responsável pela aquisição da flexão no trilho. A posição máxima a ser medida é indicada no campo “posição destino”.

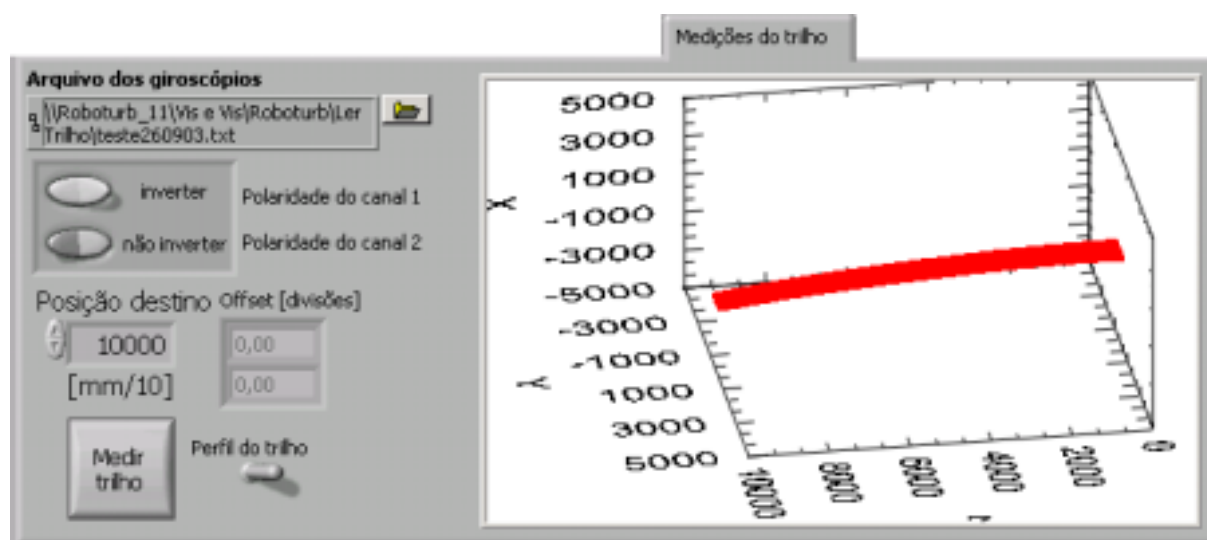


Figura 8.7 - Pasta medições do trilho

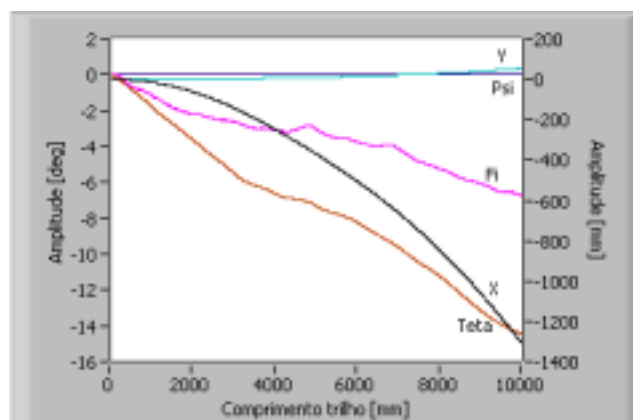


Figura 8.8 - Apresentação da curvatura do trilho

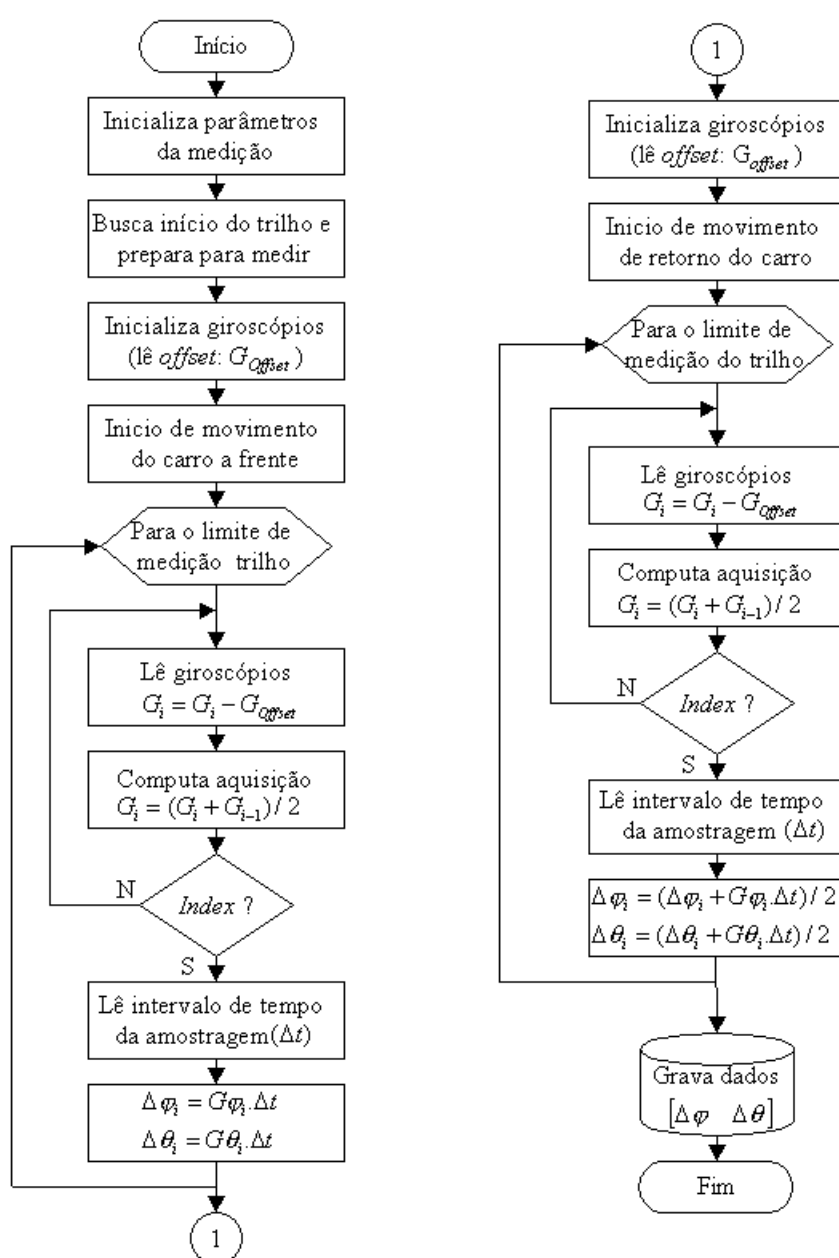


Figura 8.9 - Fluxograma de aquisição de ângulos dos giroscópios

Alternativamente pode-se seleccionar através do comando em forma de chave (ao lado do botão “medir trilho”) a exibição das curvas de desvio do trilho ao longo de sua extensão, conforme exemplo ilustrado na Figura 8.8 anterior.

Uma visualização gráfica tridimensional do perfil medido é apresentado logo após a aquisição dos dados, conforme descrito pelo fluxograma ilustrado na Figura 8.9 acima, e execução do algoritmo de cálculo, mostrado no Anexo H.

8.1.5 Gráficos de Movimento

Nesta pasta pode-se visualizar um gráfico com o perfil cartesiano da trajetória executada pelo efetuador final nos eixos x, y e z assim como da sua trajetória de orientação em torno dos ângulos ϕ , θ e ψ , conforme exemplificado pela Figura 8.10 a seguir.

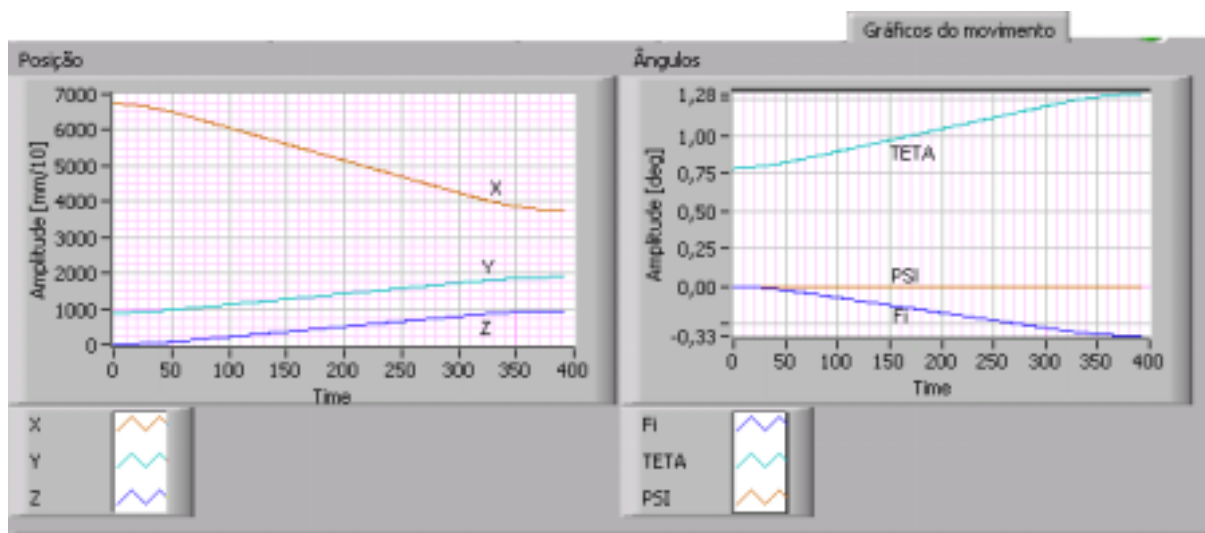


Figura 8.10 - Pasta: Gráficos de movimento

8.2 Desempenho dos algoritmos de cinemática

A maior preocupação quando se aplica um algoritmo para controle de equipamentos em tempo real, como é o caso do Roboturb, refere-se tanto ao desempenho que o mesmo terá frente aos requisitos de tempo de ciclo disponível para sua execução, como na exatidão dos resultados alcançados. Neste sentido esta seção mostra algumas medições de desempenho obtido com a aplicação dos algoritmos desenvolvidos.

Na análise foram realizados a execução de 100 trajetórias consecutivas, todas iniciando em um ponto correspondente ao início da coordenada z e, o ponto final incrementado de 10mm em 10mm, até o total de 950mm (extensão do trilho).

Na primeira análise observa-se os erros (numéricos) do algoritmo de compensação do trilho, obtido pela diferença entre o ponto desejado e o ponto comandado pelo algoritmo de cinemática inversa. A unidade apresentada nos gráficos é o décimo de milímetro. Na Figura 8.11 vê-se o erro relativo à coordenada x na curva superior a direita; o erro relativo à coordenada y na curva inferior a esquerda; o erro relativo à coordenada z na curva inferior a direita; e o módulo do erro absoluto resultante na curva superior a esquerda.

Observa-se que devido ao valor de incremento de busca do ponto desejado sobre a coordenada s do trilho, especificado em 0,40mm, o qual foi utilizado pelo teste lógico da expressão em (7.15), fez com a maior parcela do erro resultante recaísse exatamente sobre o eixo z. Para este caso, o módulo do erro total resultante atingiu valores da ordem de 20% acima da incerteza de posicionamento solicitada ao Roboturb, especificada em 1,0mm.

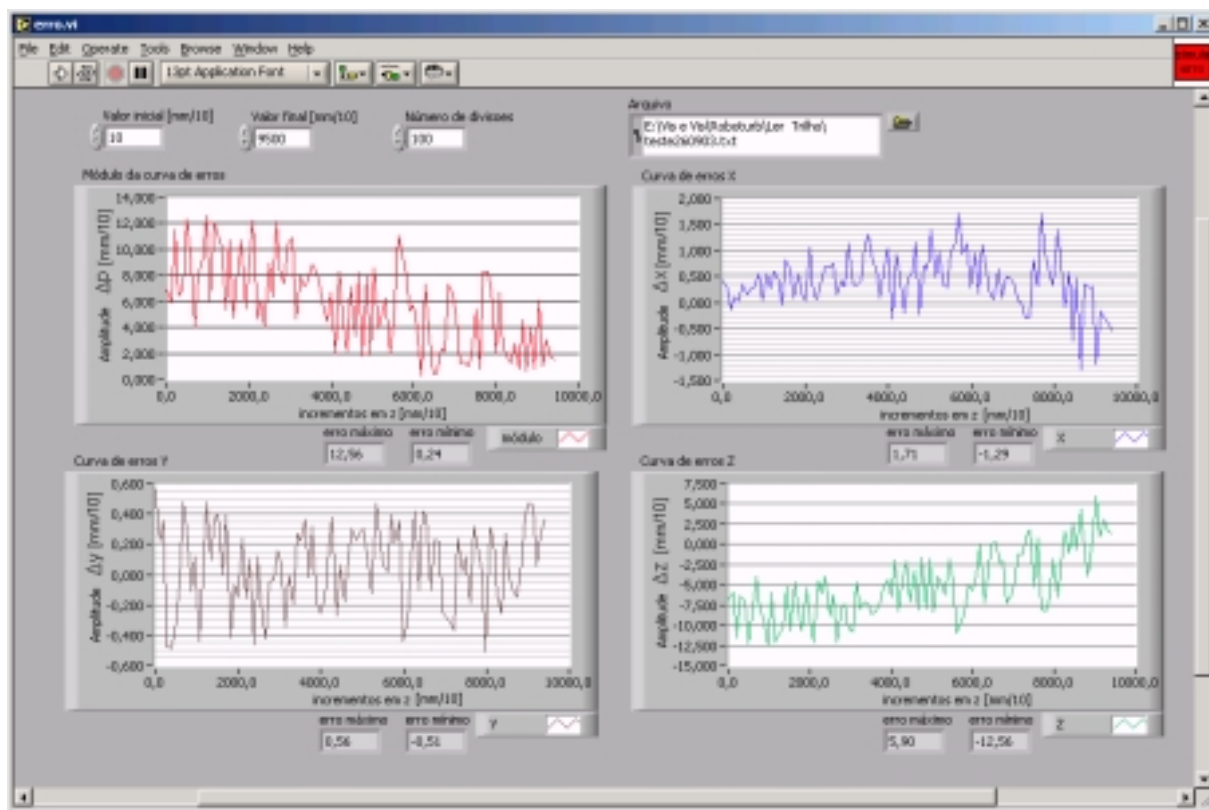


Figura 8.11 - Gráficos de erros do algoritmo de compensação do trilho

Valores mais otimizados para o módulo absoluto do erro total podem ser obtidos através da redução do incremento de busca da projeção do ponto desejado sobre o trilho, que neste

caso estava ajustado para 0,40mm. Entretanto, uma demasiada redução neste valor poderá ocasionar um acréscimo intolerável no tempo de execução do algoritmo. Apenas para se ter uma idéia, na execução deste ensaio os tempos gastos foram da ordem de 2,1s com exatamente 41.521 chamadas à rotina de cinemática inversa (VI-F25 e VI-F26), conforme ilustram o gráfico e tabela a seguir.

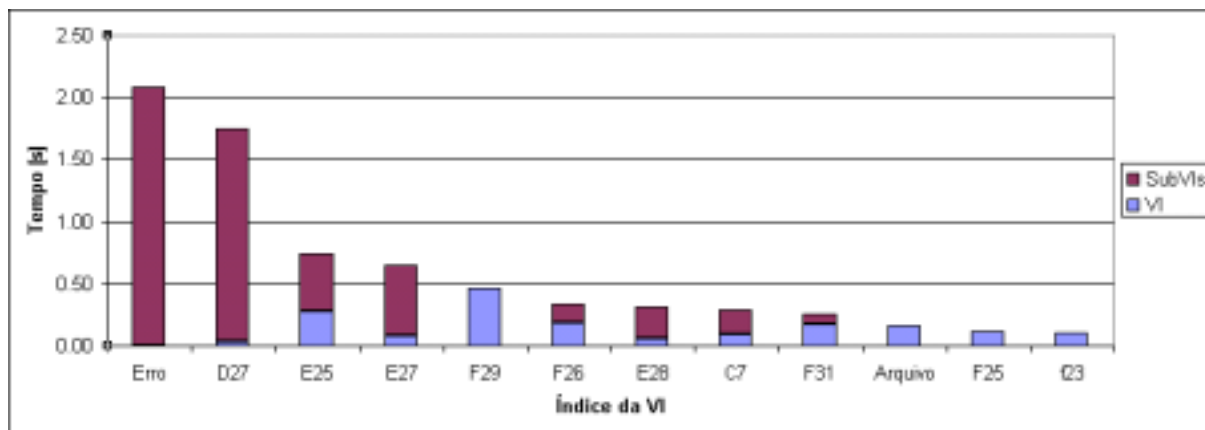


Figura 8.12 - Gráfico com tempo de execução de cada VI do teste de cinemática

Tabela 8.1 - Estatística de execução das VI para análise do algoritmo de cinemática

VI	Nome	VI(ms)	SubVI(ms)	Total(ms)	N runs	avg(ms)
Erro	Erro	0,0	2083,0	2083,0	1	0,0
D27	gera_traj_linear	40,1	1702,4	1742,5	100	0,4
E25	cinematica_mov_full	280,4	460,7	741,1	100	2,8
E27	compensa_trilho	80,1	570,8	650,9	100	0,8
F29	Busca_s	460,7	0,0	460,7	100	4,6
F26	Cinematica Inversa Braco	180,3	160,2	340,5	41521	0,0
E28	Interpola_pos_orient	60,1	250,4	310,4	100	0,6
C7	Interpola	90,1	200,3	290,4	1	90,1
F31	interpola_incrementos_linear	170,2	80,1	250,4	100	1,7
Arquivo	Read From Spreadsheet File	160,2	0	160,2	1	160,2
F25	Cinematica Inversa Punho	110,2	10,0	120,2	41521	0
F23	trilho_dual	100,1	0	100,1	200	0,5

Na Tabela 8.1 além da identificação da VI (ver código no Anexo G) e o seu nome, encontra-se também o tempo consumido para execução própria (coluna **VI**), o tempo com

chamadas a sub-rotinas (coluna **SubVI**), o tempo total (coluna **Total**), o número de vezes em que foi executada (coluna **N runs**) e o tempo médio para sua execução.

Pode-se observar que a execução da rotina de busca pela projeção do ponto desejado sobre o trilho (VI-F29) apresentou um dispêndio de tempo de 4,6ms, sendo maior inclusive do que a própria rotina de execução de cinemática inversa (VI-E25) com 2,8ms, a qual faz uso extensivo da matemática de quaternions. Um outro fator relevante refere-se ao tempo consumido por rotinas para tratamento dos dados de curvatura do trilho obtidos pelo giroscópios. Estas rotinas consumiram 160,2ms para leitura do arquivo de coordenadas e interpolantes do trilho e, 90,1ms para o cálculo das interpolantes.

Quando o mesmo ensaio foi realizado considerando um trilho retilíneo fictício gerou-se o seguinte comportamento para o erro do algoritmo de cinemática do trilho, mostrado pela Figura 8.13. Neste gráfico pode-se perceber o limite do erro ao longo do comprimento das trajetórias executadas no eixo z. Por outro lado, os erros de orientação mantiveram-se nulos para os eixos de φ e ψ ; enquanto que para o eixo de θ apresentou um valor de 46,9 arcmin contínuo ao longo da trajetória.

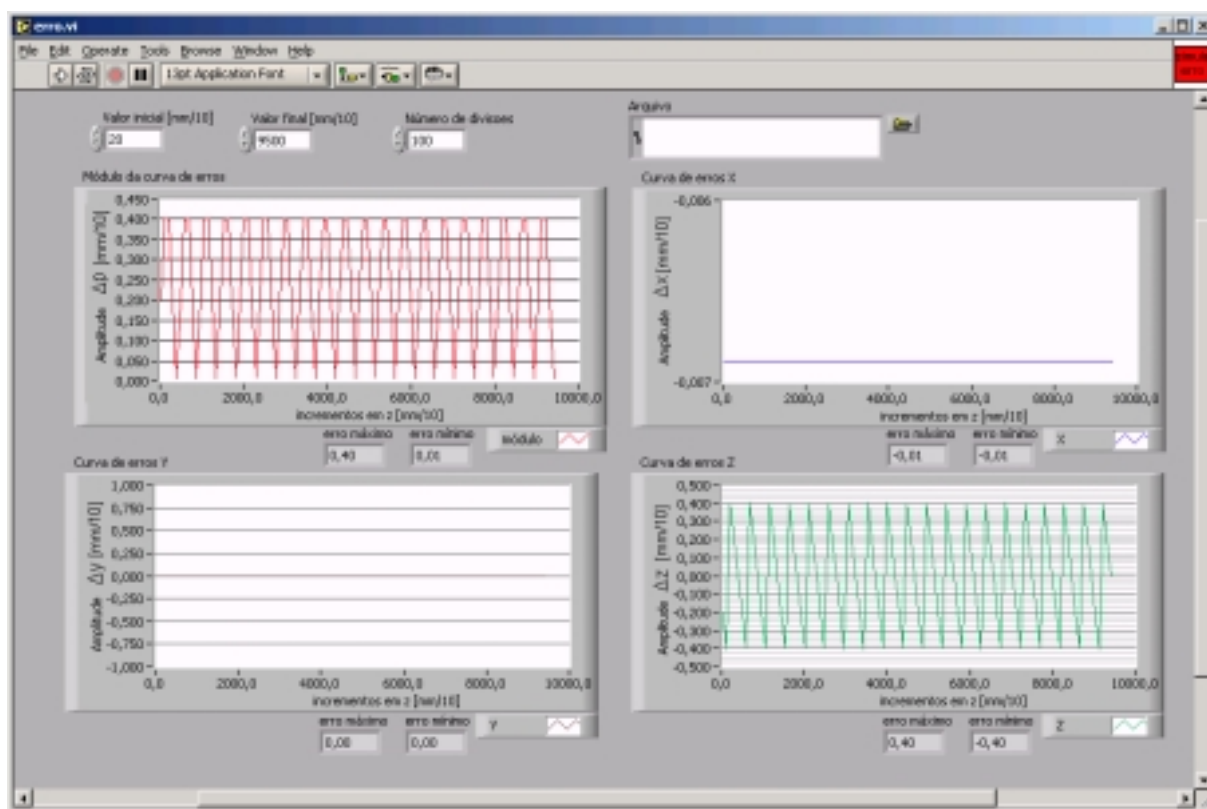


Figura 8.13- Comportamento do erro do algoritmo de compensação do trilho

8.3 Desempenho dos giroscópios

Com base na função de medição do trilho, já vista em 8.1.4, realizou-se um ensaio onde os giroscópios foram extraídos do corpo do robô, permanecendo imóveis durante a aquisição do sinal. Então, com este ensaio pôde-se medir o erro inserido pelos giroscópios na geometria do trilho e, portanto na postura final do Roboturb. Estes erros, mostrados nos gráficos da Figura 8.14 a seguir, levaram a desvios de 0,7mm e 4,8 arcmin.

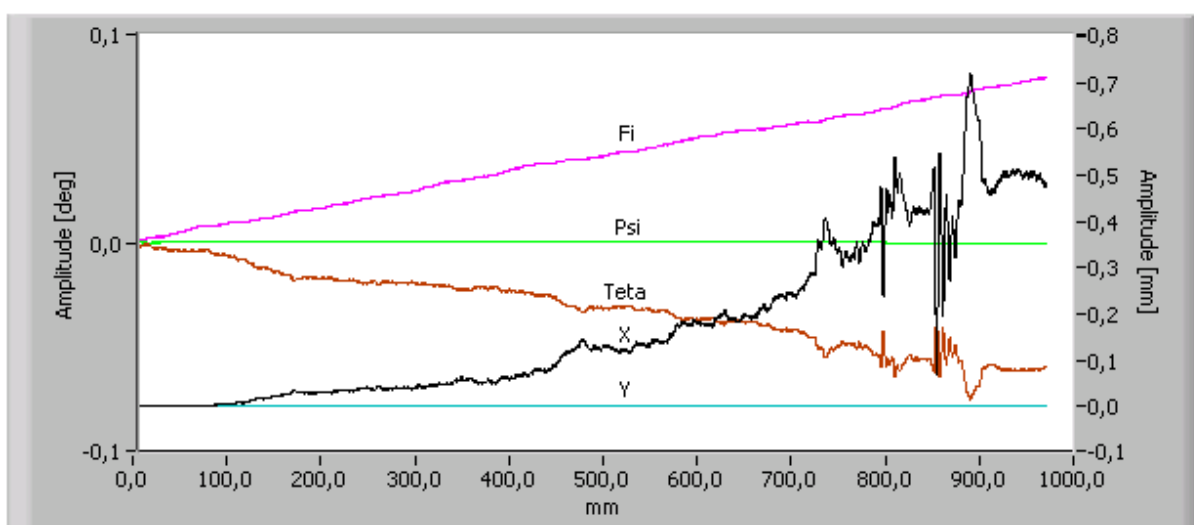


Figura 8.14 – Erros inseridos pelos giroscópios na geometria do trilho

8.4 Característica da orientação para percurso no eixo z

Como avaliação final do desempenho do conjunto formado pelo sistema de medição com giroscópios mais o algoritmo de cinemática inversa com compensação da curvatura do trilho, foi realizado um ensaio visando avaliar a característica da orientação para execução de percurso ao longo do eixo z.

Este tipo de trajetória, em que mantem-se as coordenadas x e y constantes, tem como particularidade o fato de que os movimentos nas juntas rotativas são originados exclusivamente pela parte do algoritmo de cinemática inversa responsável pela compensação do trilho. A Figura 8.15 permite visualizar o ensaio realizado com um emissor laser acoplado ao efetuator do Roboturb, cuja postura adotada é a mesma já mostrada na Figura 7.6 (postura

start). Neste caso, com o trilho retilíneo, fica evidente que movimentos ao longo do eixo z manteriam a projeção do feixe laser constantemente com a mira no alvo.

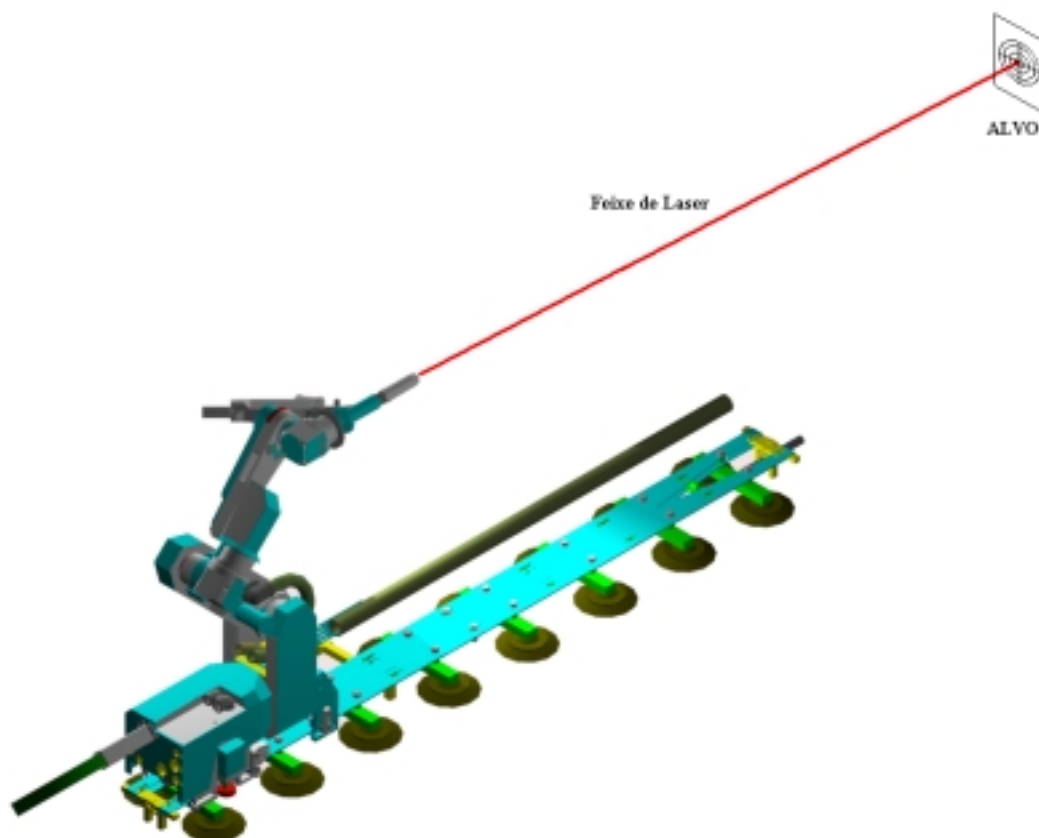


Figura 8.15 – Ensaio com emissor laser acoplado ao efetuador

Entretanto, com o trilho apresentando a mesma curvatura de teste, conforme analisada no Capítulo 6 (ver foto na Figura 6.1), foi possível avaliar o desvio do erro de postura para trajetória do efetuador ao longo do percurso do trilho.

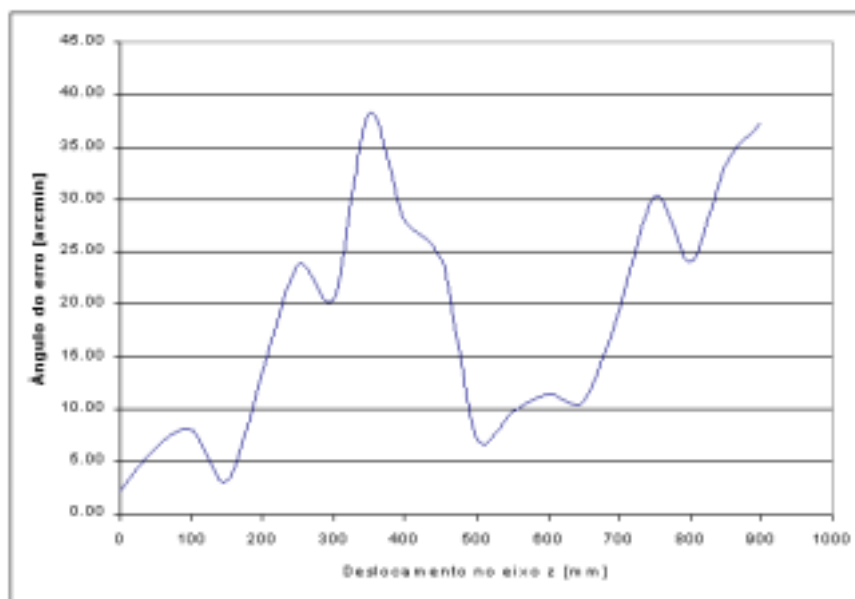


Figura 8.16 - Erro de orientação ao longo da trajetória

As condições em que este ensaio foi realizado, bem como a metodologia do cálculo para extração dos resultados levou em conta os seguintes fatores:

- i) velocidade de deslocamento ao longo do eixo z constante em 20mm/s;
- ii) fornecimento de pontos de referência a cada 50mm ao longo do eixo z;
- iii) coleta dos dados na primeira execução de trajetória após referenciamento;
- iv) garantia de perpendicularidade no plano do alvo através de espelhos;
- v) posicionamento do alvo a 3,50m de distância da posição inicial; e
- vi) aplicação de fator de correção para a distância ao longo do percurso.

O gráfico resultante, mostrado na Figura 8.16, mostrou que este erro manteve-se dentro da faixa de 38,0 arcmin. Entretanto, deve-se ter em mente que neste valor estão embutidos os erros de orientação devido a resolução de controle e flexibilidade dos elementos de acionamento, cujos valores teóricos calculados (Tabela E.7) situaram-se na faixa de 8 arcmin. Também estão presentes erros inerentes ao algoritmo de cinemática inversa, além de todas as outras possíveis fontes de incerteza de atitude já mencionadas na Figura 4.2.

Capítulo 9 Considerações Finais

Neste trabalho foram estudadas questões a respeito de modelagem cinemática de robôs através de quaternions. Todas as idéias apresentadas foram previamente simuladas e a seguir implementadas num robô destinado à recuperação de rotores de pás de turbinas erodidas pelo fenômeno da cavitação, denominado Roboturb. As principais contribuições deste trabalho foram:

- A modelagem geométrica de juntas prismáticas sujeitas a torção e curvatura, particularmente aplicada para o caso de trilhos;
- A especificação de um sistema de medição de torção e curvatura baseado no uso de giroscópios;
- A solução de uma seqüência de casos reais em robótica através do uso de quaternion e quaternion dual;
- A proposta de um algoritmo de cinemática inversa não redundante para o Roboturb.

A busca pela solução que propiciou ao Roboturb executar movimentações, com qualidade adequada, ainda que o mesmo se deslocasse sobre um trilho curvilíneo exigiu considerável esforço de pesquisa. A procura por trabalhos científicos e tecnológicos que se aproximassem do problema ou que, de certa forma, contribuíssem para o mesmo fim, estendeu-se durante vários meses. Inúmeras páginas e documentos da internet foram analisados e, selecionados aqueles que apresentaram alguma similaridade com o problema. Seguiu-se um roteiro de pesquisa onde buscou-se emparelhar a problemática do trilho curvo-flexível do Roboturb tanto com questões acerca de reconhecimento de navegação por dedução (*dead-reckoning*), como também com questões acerca de calibração de robôs e normalização, que levou por fim a questões sobre medição de posição e orientação de efetuadores em robôs.

Como resultado desta busca, concluiu-se que, até o momento de produção deste texto, não foi encontrado na literatura a descrição de um problema de engenharia similar aos moldes do que aqui se propôs ser resolvido. Fato que garante o caráter inédito desta pesquisa.

9.1 Conclusões

De uma forma pontual pôde-se elencar as seguintes conclusões principais deste trabalho:

- A presença de esforços de torção e flexão em trilhos causam deformações cinemáticas na sua trajetória. Mostrou-se que estas deformações apresentam-se como desvios de ângulos de torção, flexão e guinamento, bem como desvios ao longo dos eixos cartesianos.
- A modelagem matemática infinitesimal permitiu provar que a ocorrência de ângulos de guinamento em um trilho é função da existência mútua de ângulos de torção e flexão.
- Para o caso do Roboturb foi estimada a necessidade de obter-se a medição da torção e curvatura do trilho com incertezas na ordem de 2 arcmin, a fim de não comprometer o desempenho de repetibilidade de posicionamento requisitado ao sistema.
- A melhor forma de obter o reconhecimento geométrico do trilho Roboturb é através de giroscópios. Neste sentido mostrou-se que bastam dois giroscópios instalados sobre um sistema de movimentação controlado para estimar-se o perfil tridimensional do trilho.
- Para a avaliação de trilhos instalados de forma que sua normal esteja alinhada, ou pelo menos próxima, ao vetor gravitacional (como por exemplo em ferrovias) o uso de *tilt-sensors* também é uma solução tecnicamente viável.
- Os giroscópios apresentam ruídos que causam acréscimos na incerteza da estimativa do ângulo a ser medido. Entretanto pôde-se constatar que a instabilidade de *bias* é a maior fonte de erros oriunda da medição com giroscópios. Muito embora o limite de repetitividade na velocidade angular medida pelos giroscópios não possa ser menor do que a velocidade de rotação da terra (aproximadamente 15 arcseg/s).
- Experimentos com giroscópios demonstraram que o desempenho dinâmico do giroscópio com tecnologia óptica mostrou-se superior aos giroscópios

com tecnologia a cristal. Ambas tecnologias representam o estado-da-arte atual na construção de giroscópios.

- Mostrou-se que os quaternions desenvolvidos por Sir Hamilton no séc. XIX, representam uma forma robusta para a representação matemática do rotações no espaço. Neste sentido foi apresentado a solução do algoritmo de cinemática inversa para o punho esférico do Roboturb.
- Viu-se que através da utilização conjunta de álgebra de quaternions com números duais (quaternions duais) para expressar deslocamentos através das coordenadas de Plücker é possível unificar a representação matemática das operações de rotação e translação, com vantagens em relação às matrizes de transformação homogênea.
- Ficou demonstrado que com a utilização de quaternions duais é possível implementar algoritmos de cinemática (direta e inversa) em mecanismos robóticos controlados por posição.
- Também concluiu-se que a implementação, de sistemas de controle e aquisição de sinais, em ambiente de desenvolvimento computacional LabVIEW apresentou excelente desempenho em termos do desenvolvimento de protótipos.

Com relação direta ao problema de minimização dos erros de postura do Roboturb quando se movimenta sobre o trilho curvo e flexível, pode-se destacar as seguintes conclusões:

- A incerteza na postura do efetuador, estimada a partir dos erros originados pelo sistema de medição com giroscópio, apresentou valores de 0,7mm para o posicionamento e 4,8 arcmin para a orientação.
- Os erros originados pelo sistema de medição com giroscópio acrescentam uma parcela de incerteza na postura do efetuador final da ordem de 0,7mm para posicionamento e 4,8 arcmin para orientação.
- A incerteza de orientação “Tipo-A” para uma trajetória ao longo do eixo z é de 20,1 arcmin.

9.2 Sugestões para trabalhos futuros

Os conceitos que foram aqui apresentados poderão servir como ponto de partida para o desenvolvimento de melhorias e aprimoramentos em diversas outras frentes. Seja com relação à modelagem geométrica aplicada ao trilho; com relação ao sistema de medição com giroscópios; junto ao sistema de controle dos eixos do Roboturb; ao algoritmo de cinemática inversa e geração de trajetórias; ou ainda quanto à sequência de trabalho do Roboturb dentre outros. O detalhamento de algumas destas propostas é apresentada a seguir:

- Analisar a possibilidade de aplicação dos mesmos princípios de solução do trilho Roboturb através do emparelhamento com outros sistemas similares, particularmente aqueles inerentes à robótica móvel;
- Otimizar a interpretação dos sinais gerados pelos giroscópios através do emprego de filtros de Kalman (ver no Anexo F um comentário introdutório sobre este tipo de filtro);
- Propor e executar uma sequência de ensaios baseados em Normas (ver por exemplo como em [ISO-95] e [ISO-98]) que trata sobre o desempenho de robôs manipuladores, buscando mensurar o desempenho do Roboturb com os algoritmos que lhe foram atribuídos neste trabalho;
- Ampliar o raciocínio empregado no algoritmo de cinemática inversa, para diferentes relações de engrenamento eletrônico entre as juntas ν_3 e ν_4 , buscando-se uma possível solução de aplicação do Roboturb sem a necessidade de executar a tarefa de medição do trilho;
- Incluir o(s) giroscópio(s) na malha de controle do sistema de acionamento das juntas do Roboturb, buscando elevar a rigidez das juntas; cujos valores teóricos do efeito das suas flexibilidade estão apresentadas no Anexo E;
- Verificar a viabilidade de otimização para um tal sistema de controle através da modelagem com quaternions duais;
- Obter o algoritmo de geração de trajetória de orientação através da interpolação de quaternions. Trabalhos na área de processamento gráficos [BAR-92], [HAR-94], [HAN-94], [MAR-99], [BEL-00] e [HEY-02] sugerem que também no controle de movimentos de robôs a interpolação de

quaternions possa representar uma forma otimizada para geração de trajetórias de orientação no espaço;

- Pesquisar uma forma de unificar a tarefa de interpolação de trajetórias em posição e orientação através da interpolação de quaternions duais;
- Pesquisar a viabilidade de implementar um novo algoritmo de cinemática inversa atuando no controle de velocidades, ao invés de posicionamentos, baseado em quaternions duais;
- Desenvolvimento de uma bancada para calibração dos giroscópios utilizados buscando-se obter uma correção na tendência de valores eventualmente encontrados e;
- Otimizar o sistema de acionamento do carro Roboturb como forma de obter uma maior velocidade de deslocamento durante a medição com o giroscópio, como forma de reduzir a incerteza nos ângulos medidos.

Referências

- [ABI-92] ABIDI, M. *et* GONZALES, R. – **Data fusion in robotics and machines intelligence**. Academic Press Inc – USA – 1992.
- [ALE-98] ALEKSEEVSKY, D V – **Spectral Properties of the Twistor Fibration of a Quaternion Kahler Manifold** - J. Math. Pures Appl. IX Ser. 79, 95-110. - Austria – 1998.
- [APP-01] APPLIED GEOMECHANICS INC – **757-Series Vacuum Compatible Wide-Angle Miniature Tilt-Sensors**. – Catálogo do fabricante – disponível *on-line* em: www.geomechanics.com - acessado em dez/2001.
- [ARA-98] ARAUJO, Paulo V. – **Geometria Diferencial**. Sociedade Brasileira de Matemática – Brasil – 1998.
- [BAR-92] BARR, Alan H. *et alli* – **Smooth Interpolation of Orientation with Angular Velocity Constraints using Quaternions**. – SIGGRAPH '92 Conference Proceedings – EUA – 1992.
- [BEE-91] BEER, F. P. *et* JOHNSTON, E. R. - **Cinemática e Dinâmica** – Ed. Makron Books do Brasil – 1991.
- [BEI-02] BEI Systron Donner Inertial Division - **Catálogo da empresa** – disponível *on-line* em <http://www.systron.com> - acessado em abr/2002.
- [BEL-00] BELTA, Calin *et* KUMAR, Vijay – **On the computation of rigid body motion** – Electronic Journal of Computational Kinematics, vol 1, no. 1, - *on-line* em: <http://www-sop.inria.fr/coprin/EJCK/EJCK.html> -USA – 2000.
- [BEN-02] BENNETT, Sid *et alli* – **Fiber Optic Gyros for Robotics**. Disponível *on-line* em: www.kvh.com - acessado em abr/2002.
- [BER-01] BERTOLINI, Mauro – **Girobussola a fibre ottiche**. Istituto Tecnico Nautico – Viareggio – Italy – 2001.

- [BER-02] BERNSTEIN, Dennis S. – **A Student's Guide to Sensor Performance Specifications**. – disponível *on-line* em: www.engin.umich.edu/dept/aero - acessado em abr/2002.
- [BIS-01] BISHOP, Robert H. – **Learning with LabVIEW 6i** – Ed. Prentice Hall – EUA – 2001.
- [BOL-88] BOLLINGER, J. G. *et* DUFFIE, N. A. – **Computer Control of Machines and Processes**. Addison-Wesley Publishing Company – USA - 1988
- [BON-02] BONACORSO, Nelso G. – **Automatização dos processos de medição de superfícies de deposição por soldagem empregados na recuperação de peças erudidas por cavitação** – Exame de qualificação para doutorado no PPGEM – UFSC – Brasil – 2002.
- [BUT-00] BUTCHER, Jonathan *et* BASS, Cameron – **Evaluating of a fiber-optic sensing band for the characterization of deformation contours**. – disponível *on-line* em: www.sbec.abe.msstate.edu/2000/abstracts - acessado em mai/2002.
- [CRA-89] CRAIG, John J.- **Introduction to Robotics Mechanics and Control – second edition**. Addison-Wesley Publishing Company – USA – 1989.
- [DAH-96] DAHR, M. *et alli* – **Diagnostics and data fusion of robotic sensors**. – disponível *on-line* em: www.netl.doe.gov/publications/proceedings/96 - acessado em mai/2002.
- [DAN-99] DANIILIDIS, Konstantinos – **Hand-Eye Calibration Using Dual Quaternions**. The International Journal of Robotics Research Vol.18, No.3, pp.286-298 – EUA – 1999.
- [DEM-77] DEMIDOVITCH B. *Et alli* – **Problemas e Exercícios de Análise Matemática** – Editora MIR – Moscou – 1977.
- [DUC-02] DUCATI, Gisele C. – **Operadores diferenciais quaterniônicos e aplicações em Física** – Tese apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação – Unicamp – Brasil – 2002.

- [ELL-98] ELLIOT, Vic – **Electrolytic tilt-sensor**. disponível *on-line* em: www.clino.co.uk - acessado em dez/2001.
- [GAL-01] GALO, Maurício *et* TOZZI, Clésio L. – **A Representação de Matrizes de Rotação e o uso de Quaternions em Ciências Geodésicas** – Unicamp – Brasil – 2001.
- [GEE-96] GEE, L. A. *et* ABIDI, M. – **Multisensor fused for decision-based control cues**. – IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part A: Systems and Humans, Vol 26, N.1, Jan – 1996.
- [GOD-98] GODDARD, J. S. *et* ABIDI, M. A. – **Pose and Motion Estimation Using Dual Quaternion-Based Extended Kalman Filtering**. – Proceedings of SPIE: Three-Dimensional Image Capture and Applications, vol.3313 – EUA – 1998.
- [GON-01] GONÇALVES, Armando A. – **Metrologia - Parte 1**. Apostila do Laboratório de Metrologia e Automatização da UFSC – Brasil – 2001.
- [HAM-847] HAMILTON, William Rowan – **On Quaternions**. – Proceedings of the Royal Irish Academy, 3 - pp. 1 a 16 - 1847.
- [HAN-94] HANSON, Andrew J. – **Quaternion Frenet Frames: Making Optimal Tubes and Ribbons from Curves**. – Indiana University – disponível *on-line* em: ftp.cs.indiana.edu/pub/techreports/TR047.pdf - EUA - 1994.
- [HAR-94] HART, John C. *et alli* – **Visualizing Quaternion Rotation**. disponível *on-line* em: www.eecs.wsu.edu/~hart/papers/vqr.ps.gz - acessado em jan/2003 - EUA - 1994.
- [HEI-02] HEIDENHAIN CORP – **Catálogo do fabricante** – disponível *on-line* em: www.heidenhain.com - acessado em mai/2002.
- [HEY-02] HEYE, Marc – **Motion Control – Kinematic** - disponível *on-line* em: homepages.fh-giessen.de/~hg9569/docs/Ausarbeitung.pdf – Alemanha – 2002.

- [ISO-95] ISO/TR-13309 – **Manipulating industrial robots – Informative guide on test equipment and metrology methods of operation for robot performance evaluation in accordance with ISO9283.** International Organization For Standardization – Suíça - 1995.
- [ISO-98] ISO-9283 – **Manipulating industrial robots – Performance criteria and related test methods.** International Organization For Standardization – Suíça - 1998.
- [JAN-02] JANSCHKE, Klaus – **Attitude Kinematics.** Vorlesungsskript Lehrstuhl Für Automatisierungstechnik AOCS03 – Dresden – ALEMANHA – 2002.
- [KAH-99] KAHMEN, Heribert *et* RETSCHER, Günter – **Precise 3-D navigation of construction machine platforms.** Department of Applied and Engineering Geodesy – Austria– 1999.
- [KAP-01] KAPP, Walter – **Projeto Roboturb – Memória de Cálculo** – Lactec – Curitiba – Brasil – 2001.
- [KAT-97] KATZ, Amon – **Computational rigid vehicle dynamics.** Krieger Publishing Company – EUA – 1997.
- [KEL-00] KELER, Max L. – **On the theory of screws and the dual method.** – Proceedings of A Symposium Commemorating the Legacy, Works, and Life of Sir Robert Stawell Ball Upon the 100th Anniversary of A *Treatise on the Theory of Screws*. University of Cambridge – 2000.
- [KLA-89] KLAFTER, Richard D. – **Robotic Engineering – An Integrated Approach** – Ed. Prentice Hall – USA – 1989.
- [KRO-98] KROVI, Venkat *et alli* – **Synthesis of spatial two-link coupled serial chains.** Proceedings of Design Engineering Technical Conferences – ASME – Atlanta, Georgia - EUA – 1998.
- [KUM-03] KUMAR, Vijaya – **The Theorems of Euler and Chasles** – disponível *on-line* em: www.seas.upenn.edu/~mean520/notes02/EulerChasles4.pdf - acessado em maio de 2003 – Canadá – 2003.

- [KVH-02] KVH Industries Inc- **Catálogo da empresa** – disponível *on-line* em <http://www.kvh.com> - acessado em abr/2002.
- [LIP-72] LIPSCHUTZ, Seymour – **Álgebra Linear** - Coleção Shaum – Ed. McGraw Hill do Brasil – 1972.
- [LIZ-95a] LIZARRALDE, Fernando *et* WEN, John T. – **Attitude Control without Angular Velocity Measurement: A Passivity Approach**. IEEE Transactions of Automatic Control, Vol.41 No.3 – EUA – 1995.
- [LIZ-95b] LIZARRALDE, Fernando *et alli* – **Quaternion-Based Coordinated Control of a Subsea Mobile Manipulator with Only Position Measurements** – IEEE Conference on Decision and Control – USA – 1995.
- [MAR-01] MARINS, João Luís *et alli* – **An Extended Kalman Filter for Quaternion-Based Orientation Estimation Using MARG Sensors**. Proceedings of the 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems – Maui, Hawaii – EUA – 2001.
- [MAR-02] MARTIN, C.Alberto.; KAPP, Walter *et* SANTOS, Winderson E. - **Entwicklung des geregelten Antriebssystems für einen speziellen Roboter mit sieben Freiheitsgrade** - 47.Internationales Wissenschaftliches Kolloquium - Technische Universität Ilmenau – Alemanha – 2002.
- [MAR-99] MARTIN, Brian – **Quaternion interpolation**. – disponível *on-line* em: www.thory.org/software/qfa/writeup/node12.html - EUA - 1999.
- [MAX-873] MAXWELL, James Clerk – **A Treatise on Electricity and Magnetism** – disponível *on-line* em: <http://gallica.bnf.fr/scripts> - Inglaterra - 1873.
- [MAX-99] MAXON MOTORS – **High Precision Drives and Systems** – Main Catalogue – Suíça – 1999.
- [MCC-00] MCCARTHY, J. Michael *et* AHLERS, Shawn – **Dimensional Synthesis of Robots using a Double Quaternion Formulation of the Workspace**. – disp. *on-line* em: www.eng.uci.edu/~mccarthy/research/McCarthyISRR.pdf - EUA - 2000.

- [MEA-02] MEASURAND Inc. – **Catálogo do fabricante**. – disponível *on-line* em: www.measurand.com - acessado em mai/2002.
- [MON-02] MONOVOUKAS, Christos *et alli* - **Integrated optical gyroscopes offering low cost, small size and vibration immunity**. Disponível *on-line* em: www.intellisense.com - acessado em abr/2002.
- [MON-98] MONTGOMERY, Douglas *et* RUNGER, George – **Applied Statistics and Probability for Engineers** – Ed. IE-Wiley, Second Edition – USA – 1998.
- [MOS-00] MOSSA, S *et alli* – **Molecular dynamics Simulation of the fragile glass former ortho-terphenyl** - arXiv:cond-mat/9912258v2 – Itália - 2002.
- [MUK-02] MUKUNDAN, R. – **Quaternions: From Classical Mechanics to Computer Graphics, and Beyond**. Proceedings of the 7th Asian Technology Conference in Mathematics - 2002.
- [NAT-03] NATIONAL INSTRUMENTS – **Measurement and Automation Catalog** – USA – 2003.
- [NET-01] NETHERY, John – **Robotica User's Guide and Reference Manual** - disponível *on-line* em: <http://robot0.ge.uiuc.edu/~spong/Robotica/> - 2001.
- [OGA-97] OGATA, Katsuhico – **Solução de Problemas de Engenharia de Controle com MATLAB** – Ed. Prentice-Hall do Brasil – 1997.
- [OLI-03] OLIVEIRA, J. A. Colvara – **Texto introdutório da disciplina de Robótica Educativa** - disponível *on-line* em: <http://www.colvara.com.br> - acessado em set/2003.
- [PAD-02] PADCT – **Relatório Parcial 3 – Sistema automatizado de recuperação de rotores de turbinas hidráulicas de grande porte** – Cooperação Ufsc/Copel – Brasil - 2002.
- [PAD-99] PADCT – **Projeto Roboturb – Sistema automatizado de recuperação de rotores de turbinas hidráulicas de grande porte** – Cooperação Ufsc/Copel – Brasil - 1999.
- [PAU-81] PAUL, Richard P. – **Robot Manipulators** – The MIT Press – USA - 1981.

- [PER-01] PEREZ, Alba *et* MCCARTHY, J. M. – **Dimensional synthesis of spatial RR robots** - disponível *on-line* em: www.eng.uci.edu/~maccarthy/research/perezark.pdf - acessado em maio de 2003 – EUA – 2001.
- [PER-02] PEREZ, Alba *et* MCCARTHY, J. M. – **Dual quaternion síntesis of a 2-TPR constrained paralell robot**. Proceedings of the Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Paralell Mechanisms and Manipulators. Quebec – CANADA – 2002.
- [PIN-01] PINTO, Tiago L. F. C. – **Avaliação de desempenho de robôs industriais utilizando um braço de medição portátil**. Dissertação no Programa de Pós Graduação em Metrologia Científica e Industrial da UFSC – Brasil – 2001.
- [PIR-01] PIRES, J. Norberto – **Robotic Welding System Issue** - International Workshop on Robotic Welding Systems and Process Monitoring - Lisboa – Portugal – 2001.
- [POL-95] POLONSKI, M. M. – **Questões de precisão absoluta estática e de repetibilidade dos robôs industriais** – Univ. Tecnológica Stankin de Moscou – Univ. de Caxias do Sul - Brasil – 1995.
- [POW-01] POWELL, William B. *et* PHEIFER, David – **The electrolytic tilt-sensor**. disponível *on-line* em: www.advanstar.com - acessado em dez/2001.
- [RAZ-01] RAZON, Aharon – **The álgebra $\Re[x_0, x_1, x_2, x_3]/(x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$ and its connection with the quaternion álgebra**. Department of Mathematics, Ben-Gurion University – ISRAEL – 2001.
- [ROM-02] ROMANO, Vitor F. *Et alli* – **Robótica Industrial – Aplicação na indústria de manufatura e de processos** – Editora Edgard Blucher Ltda. – Brasil – 2002.
- [ROU-99] ROUMMELIOTIS, Stergios I. *Et alli* – **Smoother based 3-D Attitude Estimation for Móbile Robot**. – Proceedings of IEEE: International Conference on Robotics and Automation – Detroit – EUA – 1999.

- [SAN-01] SANTOS, Winderson E. – **Robôs Industriais** – Apostila disponível *on-line* em: www.controle.eng.br - acessado em mai/2002.
- [SAN-03] SANTOS, Winderson E. *et* JANSCHKE, Klaus – **Angular Orientation Determination for a Rail Based Robot Using Gyroscope**. 48. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium – Technische Universität Ilmenau – ALEMANHA – 2003.
- [SAN-93] SANTOS, Winderson E. – **Sistema para transformar uma furadeira em fresadora**. Dissertação de Mestrado no CPGII – Cefet-Pr – Brasil – 1993.
- [SCH-01] SCHAEVITZ SENSOR – **Accustar Electronic Clinometer** - Catálogo do fabricante pp. 148-153 - USA – 2001.
- [SCH-02] SCHWAB, Arend L. – **Quaternions, Finite Rotation and Euler Parameters**. - disponível *on-line* em: tam.cornell.edu/~als93/quaternion.pdf - 2002.
- [SCI-96] SCIAVICCO, Lorenzo *et* SICILIANO, Bruno – **Modeling and Control of Robot Manipulators** – The McGraw-Hill Companies, Inc – USA – 1996.
- [SCH-03] SCHUMAKER, Larry – **Spline bibliography** – disponível *on-line* em: <http://www.cs.wisc.edu/~deboor/bib/bib.html> acessado em dez - 2003.
- [SHE-89] SHEVLIN, Fergal – **Analysis of Orientation Problems Using Plücker Lines** - *on-line*: www.cs.tcd.ie/Fergal.Shevlin/ICPR/paper-final.pdf - Irlanda – 1989.
- [SIL-98] SILVEIRA, Paulo R. *et* SANTOS, Winderson E. – **Automação e Controle Discreto** – Editora Érica – Brasil – 1998.
- [SPI-77] SPIEGEL, Murray R. – **Análise Vetorial** – Coleção Shaum – Ed. McGraw Hill do Brasil – 1977.
- [STO-69] STOKER, J.J. – **Differential Geometry**. Wiley-Interscience – USA – 1969.
- [TEB-00] TEBO, Albert – **High performance fiber optic gyro and their future**. Report of The International Society for Optical Engineering – USA – 2000.
- [TSA-99] TSAI, Lung-Wen – **ROBOT ANALYSIS – The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators**. John Wiley & Sons – USA – 1999.

- [WER-78] WERTZ, James R. – **Spacecraft Attitude Determination and Control**. Kluwer Academic Publishers – EUA – 1978.
- [WER-96] WERNECK, Marcelo M. – **Transdutores e Interfaces** – Editora LTCE - Brasil – 1996.
- [WEV-02] WEVERS, Johan C. A. – **Mathematics Formulary** – disponível *on-line* em: <http://www.xs4all.nl/~johanw/index.html> - acessado em maio/2002.
- [WHE-95] WHEELER, Mark D. *et* IKEUCHI, Katsushi – **Iterative Estimation of Rotation and Translation using the Quaternion** - disponível *on-line* em: http://www.ri.cmu.edu/pubs/pub_1464_text.html - USA - 1995
- [WHI-00] WHITMORE, STEPHEN A. – **Closed-form integrator for the quaternion (euler angle) kinematics equations**. US Patent 6,061,611 – EUA – 2000.
- [XIA-03] XIAN, B. *et alli* – **Task-Space Tracking Control of Redundant Robot Manipulators via Quaternion Feedback** - disponível *on-line* em: ece.Clemson.edu/crb/publictn/pdf/quaternionrobot_cca01.pdf - acessado em maio de 2003 – EUA – 2003.
- [YAN-64] YANG, A. T. *et* FREUDENSTEIN, F. – **Application of Dual-Number Quaternion Algebra to the Analysis of Spatial Mechanisms**. ASME Journal of Applied Mechanics pp.300-308 – EUA – Jun.1964
- [ZEL-02] ZELINSKY, Alex – **Introduction to Kalman Filters** – Disponível *on-line* em: www.syseng.anu.edu.au/~alex/week2B.pdf - acessado em mai/2002.

Anexo A. Fundamentação Matemática

Curvas no espaço

A geometria diferencial é a parte do estudo da derivada dos vetores que está ligada à descrição de curvas e superfícies no espaço e, suas leis e postulados já amplamente cobertos pela literatura como por exemplo em [DEM-77], [STO-69], [SPI-77], [ARA-98] e [WEV-02]. Segundo esta teoria uma curva qualquer pode ser representada por três formas, quais sejam:

- Forma implícita, p.ex. em \mathcal{R}^2 : $g(x,y)=0$;
- Forma explícita (ou não paramétrica) , p.ex. em \mathcal{R}^2 : $y=f(x)$;
- Forma paramétrica, p.ex. em \mathcal{R}^2 : $r=(x(t), y(t))$;

Por exemplo, considerando o círculo mostrado a seguir:

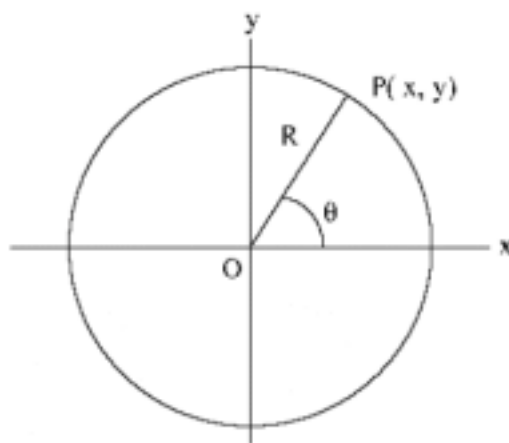


Figura A.1 Curva no plano

O mesmo pode ser representado pelas formas:

- Implícita: $x^2 + y^2 = R^2$;
- Explícita: $y = \pm\sqrt{R^2 - x^2}$;
- Paramétrica: $P = (p_x, p_y) = (R.\cos\theta, R.\sen\theta)$;

A maneira mais adequada para representação de curvas espaciais em sistemas computacionais é através da forma paramétrica usando equações da forma $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$. Então, caso uma curva seja representada pelo local da posição do vetor \mathbf{r} , a equação paramétrica fica com a forma:

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \quad (\text{A.1})$$

Se ainda em particular $\mathbf{R}(t)$ é o vetor posição $\mathbf{r}(t)$ que liga a origem O , de um sistema de coordenadas em \mathcal{R}^3 , a qualquer ponto $P(x, y, z)$, então:

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{x} + y(t)\mathbf{y} + z(t)\mathbf{z} \quad (\text{A.2})$$

Sendo $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ os vetores unitários que compõem o triedro formador da referência O do sistema de coordenadas em \mathcal{R}^3 .

Considerando que o parâmetro t na equação (A.2) varia continuamente dentro do intervalo real $[a, b]$, com $\mathbf{r}(a)$ sendo o ponto inicial da curva e, $\mathbf{r}(b)$ o ponto final da mesma, é possível descrever a curva por um parâmetro s , na faixa $[0, L]$, onde L é o comprimento da curva, e o valor do parâmetro igual ao comprimento da curva a partir do ponto inicial até $\mathbf{r}(s)$. Logo, para a $\mathbf{r}(s)$ o comprimento do arco entre os pontos $\mathbf{r}(a)$ e $\mathbf{r}(b)$ é $|b - a|$. Enquanto para a curva $\mathbf{r}(t)$, o comprimento do arco entre dois pontos correspondentes a $t=a$ e $t=b$ é dado por:

$$s = \int_a^b \sqrt{\dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}}} ds \quad (\text{A.3})$$

onde: $\dot{\mathbf{r}} = d\mathbf{r} / dt$

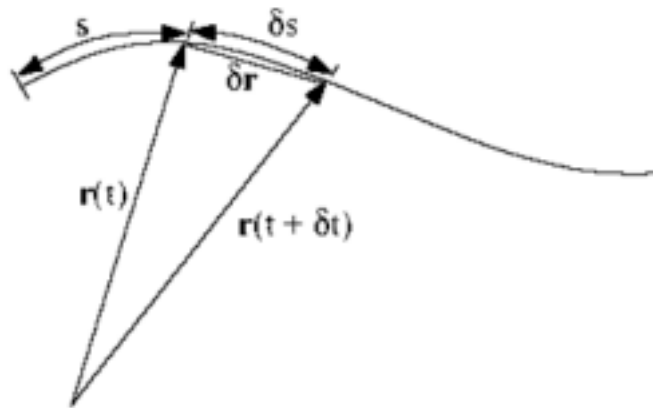


Figura A.2 Arco de curva

Um arco de curva $\mathbf{r}(t)$ é apresentado na Figura A.2 acima. Nesta curva, quando $\delta t \rightarrow 0$, o vetor $d\mathbf{r}/dt$ se tornará paralelo à tangente, então o vetor unitário tangente será $\mathbf{T} = (d\mathbf{r}/dt)/|d\mathbf{r}/dt|$. Particularmente como s é o comprimento do arco, quando $ds \rightarrow 0$, a corda $\delta \mathbf{r}$ irá aproximar-se do comprimento do arco, δs , e $|d\mathbf{r}/ds| \rightarrow 1$. Se a curva é representada em termos do comprimento do arco como $\mathbf{r}(s)$, o vetor unitário tangente é dado por $\mathbf{T} = d\mathbf{r}/ds$. Ou seja, o vetor $d\mathbf{r}/dt$ é a tangente ao arco $\mathbf{r}(t)$, e \mathbf{T} é o vetor unitário tangente à curva.

Curvatura

A taxa de variação de \mathbf{T} em relação a s mede a curvatura de $\mathbf{r}(t)$ e é dada por $\kappa(s) = d\mathbf{T}/ds$. Como o comprimento de qualquer curva é definida como na equação (A.3), segue que o comprimento da curva dada por $\dot{\mathbf{r}}(s)$ torna-se,

$$\kappa(s) = \int \sqrt{\ddot{\mathbf{r}}(s) \cdot \ddot{\mathbf{r}}(s)} ds = |\ddot{\mathbf{r}}(s)| \quad (\text{A.4})$$

sendo que a grandeza $\rho(s) = 1/\kappa(s)$ representa o raio de curvatura de $\mathbf{r}(t)$.

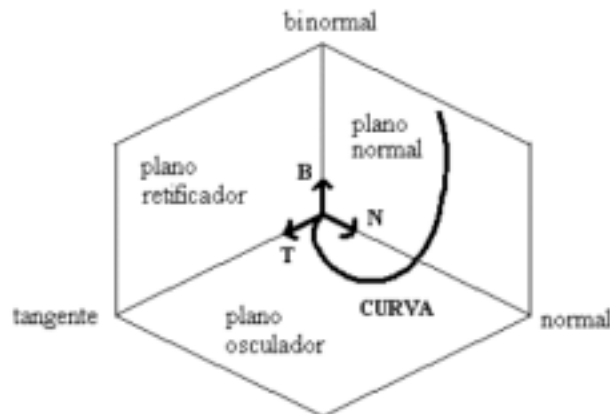


Figura A.3 Triedro de Frenet

A direção de $d\mathbf{T}/ds$ num ponto dado qualquer é a normal da curva neste ponto. O vetor unitário \mathbf{N} desta direção normal chama-se normal principal da curva. Por outro lado, o vetor unitário \mathbf{B} perpendicular ao plano formado por \mathbf{T} e \mathbf{N} , tal que $\mathbf{B} = \mathbf{T} \times \mathbf{N}$ é a binormal da curva. Juntos estes três vetores (\mathbf{T} , \mathbf{N} e \mathbf{B}) formam um sistema de coordenadas retangulares positivo localizado num ponto qualquer da curva. Este sistema de coordenadas é também chamado como triedro de Frenet.

A partir deste triedro são definidos três planos, denominados plano normal (entre \mathbf{B} e \mathbf{N}), plano osculador (entre \mathbf{N} e \mathbf{T}) e plano retificador (entre \mathbf{T} e \mathbf{B}), conforme ilustrado na figura anterior.

Torção

A torção τ de uma curva é definida com respeito à bi-normal \mathbf{B} de forma análoga como κ foi definida em relação à tangente \mathbf{T} . Ou seja, τ é definida de maneira que forneça uma medida da taxa com que o plano osculador gira, enquanto κ serve para medir a taxa na qual o plano normal gira ao longo da curva. A torção τ é, portanto definida como:

$$\alpha(s) = \int \sqrt{\dot{\mathbf{B}}(s) \cdot \dot{\mathbf{B}}(s)} ds = |\dot{\mathbf{B}}(s)| \quad (\text{A.5})$$

Sendo que a grandeza $\tau(s) = 1/\alpha(s)$ representa o raio de torção de $\mathbf{r}(t)$.

Juntos, os parâmetros τ e κ estabelecem um conjunto de equações que relacionam os vetores unitários do triedro de Frenet com suas respectivas derivadas. Tais equações, denominadas Equações de Frenet e descritas a seguir, formam a base teórica para o estudo de curvas no espaço $3D$.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{T}} \\ \dot{\mathbf{N}} \\ \dot{\mathbf{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ -\kappa & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{N} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Parametrização de curvas através de polinômios cúbicos

Os polinômios de terceira ordem constituem um meio adequado para se armazenar compactamente a informação sobre o perfil de uma curva $3D$ parametrizada [BOL-88], [SCH-03]. Este recurso é amplamente aplicado em sistemas de computação gráfica, na geração de comandos de trajetória de máquinas-ferramenta, além de outros sistemas onde se necessite descrever curvas ou superfícies de forma parametrizada.

A descrição de uma curva através de polinômios cúbicos baseia-se na idéia de que uma função iniciando no instante de tempo t_0 pode ser subdividida em k segmentos delimitados pelos intervalos entre $t=t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_k$. Cada intervalo é então, representado por um polinômio cúbico tal que apresentem continuidade com os segmentos adjacentes em suas fronteiras. Assim, considerando um vetor $\mathbf{r}(t)$ com m dimensões, seu i -ésimo segmento pode ser representado por:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{b}(t) \quad (\text{A.7})$$

onde:

$$\mathbf{b}(t) = [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1]^T \quad (\text{A.8})$$

e \mathbf{A}_i é a i -ésima matriz de coeficiente *spline* válida para o intervalo $t_{i-1} \leq t \leq t_i$. As derivadas de $\mathbf{r}(t)$ ao longo deste i -ésimo segmento são dadas por:

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{A}_i \dot{\mathbf{b}}(t) \quad (\text{A.9})$$

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{A}_i \ddot{\mathbf{b}}(t) \quad (\text{A.10})$$

onde:

$$\dot{\mathbf{b}}(t) = [3t^2 \quad 2t \quad 1 \quad 0]^T \quad (\text{A.11})$$

$$\ddot{\mathbf{b}}(t) = [6t \quad 2 \quad 0 \quad 0]^T \quad (\text{A.12})$$

Os coeficientes da matriz \mathbf{A}_i são calculados a partir de um conjunto de condições de contorno nas terminações do i -ésimo segmento. Ou seja, a partir de $\mathbf{r}(t)$ e $\dot{\mathbf{r}}(t)$ nos instantes t_{i-1} e t_i , pode-se calcular os coeficientes da matriz para o i -ésimo segmento utilizando o chamado *método de Hermite*. Combinando-se as equações (A.7) e (A.9) nos instantes t_{i-1} e t_i obtém-se:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i \quad (\text{A.13})$$

onde,

$$\mathbf{R}_i = [\mathbf{r}(t_{i-1}) \quad \dot{\mathbf{r}}(t_{i-1}) \quad \mathbf{r}(t_i) \quad \dot{\mathbf{r}}(t_i)] \quad (\text{A.14})$$

e

$$\mathbf{B}_i = [\mathbf{b}(t_{i-1}) \quad \dot{\mathbf{b}}(t_{i-1}) \quad \mathbf{b}(t_i) \quad \dot{\mathbf{b}}(t_i)] \quad (\text{A.15})$$

que resolvendo para a matriz \mathbf{A}_i fica como:

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{R}_i \mathbf{B}_i^{-1} \quad (\text{A.16})$$

Quando este método é empregado apenas t_i , $\mathbf{r}(t_i)$ e $\dot{\mathbf{r}}(t_i)$, para $i=0, 1, 2, \dots, k$ necessitam ser armazenados na memória do computador. Pode-se calcular $\mathbf{r}(t)$ para qualquer instante de tempo $t_0 \leq t \leq t_k$ obtendo-se primeiramente o valor de i para o qual $t_{i-1} \leq t \leq t_i$ e, então calculando \mathbf{A}_i a partir da equação (A.16) e $\mathbf{r}(t)$ pela equação (A.7). Caso estes processamentos sejam gerados várias vezes, as diversas matrizes \mathbf{A}_i podem ser pré-calculadas e seus coeficientes armazenados em memória.

Para facilitar implementações computacionais do método de *splines* cúbicas, uma nova variável de tempo normalizada u_i pode ser introduzida para simplificar o cálculo das matrizes. Esta variável u_i varia de 0 a 1 enquanto t varia de t_{i-1} até t_i no i -ésimo segmento. Para $t_{i-1} \leq t \leq t_i$, t está relacionado com u_i pela expressão:

$$t = t_{i-1} + (t_i - t_{i-1})u_i \quad (\text{A.17})$$

e

$$\frac{dt}{du_i} = t_i - t_{i-1} \quad (\text{A.18})$$

As equações (A.7) e (A.9) podem ser então reescritas como:

$$\mathbf{r}^*(u_i) = \mathbf{A}_i^* \mathbf{b}^*(u_i) \quad (\text{A.19})$$

$$\dot{\mathbf{r}}^*(u_i) = \mathbf{A}_i^{*\dot{}} \mathbf{b}^*(u_i) \quad (\text{A.20})$$

onde,

$$\mathbf{b}^*(u_i) = [u_i^3 \quad u_i^2 \quad u_i \quad 1]^T \quad (\text{A.21})$$

$$\mathbf{b}^{*\dot{}}(u_i) = [3u_i^2 \quad 2u_i \quad 1 \quad 0]^T \quad (\text{A.22})$$

e \mathbf{A}_i^* é a nova matriz de coeficientes.

Neste caso as condições de contorno nos pontos terminais do i -ésimo segmento são determinados pelas relações:

$$\mathbf{r}^*(0) = \mathbf{r}(t_{i-1}) \quad (\text{A.23})$$

$$\dot{\mathbf{r}}^*(0) = \dot{\mathbf{r}}(t_{i-1}) \frac{dt}{du_i} \quad (\text{A.24})$$

$$\mathbf{r}^*(1) = \mathbf{r}(t_i) \quad (\text{A.25})$$

$$\dot{\mathbf{r}}^*(1) = \dot{\mathbf{r}}(t_i) \frac{dt}{du_i} \quad (\text{A.26})$$

E a matriz de coeficientes \mathbf{A}_i^* pode ser calculada por:

$$\mathbf{A}_i^* = \mathbf{R}_i^* \mathbf{B}^{*-1} \quad (\text{A.27})$$

onde

$$\mathbf{R}_i^* = \begin{bmatrix} \mathbf{r}(t_{i-1}) & \dot{\mathbf{r}}(t_{i-1}) \frac{dt}{du_i} & \mathbf{r}(t_i) & \dot{\mathbf{r}}(t_i) \frac{dt}{du_i} \end{bmatrix} \quad (\text{A.28})$$

e

$$\mathbf{B}^* = [\mathbf{b}^*(0) \quad \dot{\mathbf{b}}^*(0) \quad \mathbf{b}^*(1) \quad \dot{\mathbf{b}}^*(1)] \quad (\text{A.29})$$

Neste ponto é importante notar que a matriz \mathbf{B}^{*-1} é constante e dada por:

$$\mathbf{B}^{*-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

A equação (A.17) pode ser então reescrita para u_i como:

$$u_i = \frac{t - t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad (\text{A.31})$$

Assim, o ponto no i -ésimo segmento no instante de tempo t pode ser calculado através das equações (A.19), (A.21) e (A.31).

Anexo B. Álgebra de quaternions

Um quaternion \mathbf{q} é uma entidade pertencente ao conjunto dos números hipercomplexos ($\mathbf{q} \in H$) usualmente definido em termos de quatro números reais (q_r , q_x , q_y e q_z) e três unidades imaginárias (\mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k}) que satisfazem as seguintes relações:

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = -1, \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{i}.\mathbf{j} = -\mathbf{j}.\mathbf{i} = \mathbf{k}, \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{j}.\mathbf{k} = -\mathbf{k}.\mathbf{j} = \mathbf{i}, \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{k}.\mathbf{i} = -\mathbf{i}.\mathbf{k} = \mathbf{j}. \quad (\text{B.4})$$

Com sua forma geral tal qual mostrada a seguir:

$$\mathbf{q} = q_r + \mathbf{i}.q_x + \mathbf{j}.q_y + \mathbf{k}.q_z = \begin{bmatrix} q_r \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Um quaternion também pode ser representado pela soma de um número real com um vetor, conforme segue:

$$\mathbf{q} = q_r + \mathbf{e}.\mathbf{q}_v, \quad (\text{B.6})$$

onde diz-se que q_r é a parte real do quaternion, \mathbf{e} é o operador vetorial hipercomplexo com norma unitária ($\|\mathbf{e}\|^2 = 1$) e $\mathbf{q}_v = (q_x, q_y, q_z)$ é a parte vetorial do quaternion.

Os quaternions seguem as mesmas propriedades algébricas que são definidas para matrizes. Dentre tais propriedades destacam-se as quatro seguintes:

a) A adição é comutativa:

$$\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = (q_{r_1} + q_{r_2}) + \mathbf{i}(q_{x_1} + q_{x_2}) + \mathbf{j}(q_{y_1} + q_{y_2}) + \mathbf{k}(q_{z_1} + q_{z_2}) \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_1 \quad (\text{B.8})$$

b) A multiplicação não é comutativa:

$$\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2 \neq \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{q}_1 \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2 = (q_{r_1} \cdot q_{r_2} - \mathbf{q}_{v_1}^T \mathbf{q}_{v_2}) + q_{r_1} \cdot \mathbf{q}_{v_2} + q_{r_2} \cdot \mathbf{q}_{v_1} + \mathbf{q}_{v_1} \times \mathbf{q}_{v_2} \quad (\text{B.10})$$

c) A ordem em que sucessivas multiplicações são executadas não altera o resultado final:

$$\mathbf{q}_1 \cdot (\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{q}_3) = (\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2) \cdot \mathbf{q}_3 = \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{q}_3 \quad (\text{B.11})$$

d) A multiplicação é associativa e distributiva sobre a adição:

$$\lambda \cdot (\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) = \lambda \cdot \mathbf{q}_1 + \lambda \cdot \mathbf{q}_2 \quad , (\lambda \in \mathfrak{R}) \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{q}_1 \cdot (\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3) = \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_3 \quad (\text{B.13})$$

$$(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) \cdot \mathbf{q}_3 = \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_3 + \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{q}_3 \quad (\text{B.14})$$

O conjugado de um quaternion é definido por:

$$\mathbf{q}^c = q_r - \mathbf{i} \cdot q_x - \mathbf{j} \cdot q_y - \mathbf{k} \cdot q_z \quad (\text{B.15})$$

Através do conjugado do quaternion pode-se definir a norma do quaternion como:

$$\|\mathbf{q}\|^2 = \mathbf{q} \cdot \mathbf{q}^c = q_r^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 \quad (\text{B.16})$$

Para um quaternion não nulo $\mathbf{q} \neq \mathbf{0}$ pode-se obter o seu inverso através da relação:

$$\mathbf{q}^{-1} = \frac{\mathbf{q}^c}{\|\mathbf{q}\|^2} \quad (\text{B.17})$$

de forma que facilmente pode-se verificar que:

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{q}^{-1} = \mathbf{q}^{-1} \cdot \mathbf{q} = 1 \quad (\text{B.18})$$

Portanto, para um quaternion com norma unitária tem-se que o seu inverso pode ser obtido através de seu conjugado.

Um quaternion $\mathbf{q} = q_r + \mathbf{e} \cdot 0$, cuja parte vetorial é igual a zero é chamado quaternion real. Similarmente, um quaternion $\mathbf{q} = 0 + \mathbf{e} \cdot \mathbf{q}_v$, cuja parte real é igual a zero é chamado quaternion puro. Como \mathbf{q}_v é um vetor tridimensional, claramente existe uma correspondência entre vetores no espaço tridimensional e o subespaço quaterniônico consistido por quaternions puros.

Se \mathbf{q} é um quaternion unitário ($\|\mathbf{q}\|^2 = 1$), então pode-se escrever \mathbf{q} na forma

$$\mathbf{q} = \cos \Phi + \mathbf{e} \cdot \sin \Phi, \quad (\text{B.19})$$

neste caso, como ($\|\mathbf{e}\|^2 = 1$) então o logaritmo do quaternion unitário \mathbf{q} é definido como o seguinte quaternion com parte real igual a zero [MUK-02]:

$$\ln(\mathbf{q}) = 0 + \mathbf{e} \cdot \Phi \quad (\text{B.20})$$

Reciprocamente, dado um quaternion puro ($\mathbf{q} = \mathbf{e} \cdot \Phi$), como ($\|\mathbf{e}\|^2 = 1$), então a aplicação da função exponencial do quaternion leva a:

$$\exp(\mathbf{q}) = \cos \Phi + \mathbf{e} \cdot \sin \Phi \quad (\text{B.21})$$

Finalmente, baseado nas duas últimas relações pode-se definir:

$$\mathbf{q}^n = \exp[n \cdot \ln(\mathbf{q})] \quad (\text{B.22})$$

Anexo C. Números duais

Os números duais foram propostos por Clifford em 1873, e posteriormente aperfeiçoados por Study em 1891. Um número dual é definido por:

$$z = a + \varepsilon.b, \quad (\text{C.1})$$

onde ε é a unidade dual, similar ao operador i dos números complexos, porém sujeito a seguinte regra:

$$\varepsilon^2 = 0, \quad (\text{C.2})$$

onde deve-se ter em mente que:

$$\varepsilon \neq 0, \quad (\text{C.3})$$

$$0.\varepsilon = \varepsilon.0 = 0 \text{ e} \quad (\text{C.4})$$

$$1.\varepsilon = \varepsilon.1 = 1. \quad (\text{C.5})$$

Uma importante propriedade dos números duais é associada à aplicação de funções cujos argumentos são números duais. Devido ao fato de que todas as potências de ε maiores do que a unidade se anulam, as expansões em séries de Taylor tornam-se iguais a:

$$f(a + \varepsilon.b) = f(a) + \varepsilon.b.f'(a) \quad (\text{C.6})$$

Pode-se utilizar números duais para a representação de vetores, neste caso chamados vetores duais com a forma:

$$\mathbf{z} = \mathbf{a} + \varepsilon.\mathbf{b}. \quad (\text{C.7})$$

Utilizam-se vetores duais para a representação de retas no espaço através de coordenadas de Plücker [SHE-89], conforme a seguir:

$$\check{\mathbf{z}} = \mathbf{l} + \varepsilon \cdot \mathbf{m}, \quad (\text{C.8})$$

em que \mathbf{l} é o vetor unitário na origem com a mesma direção da reta, e \mathbf{m} é o momento da reta definido pelo produto externo:

$$\mathbf{m} = \mathbf{l} \times \mathbf{p} \quad (\text{C.9})$$

tal que \mathbf{p} é o ponto de menor distância entre a reta e a origem (O), ou simplesmente distância da reta à origem, conforme ilustra a figura a seguir:

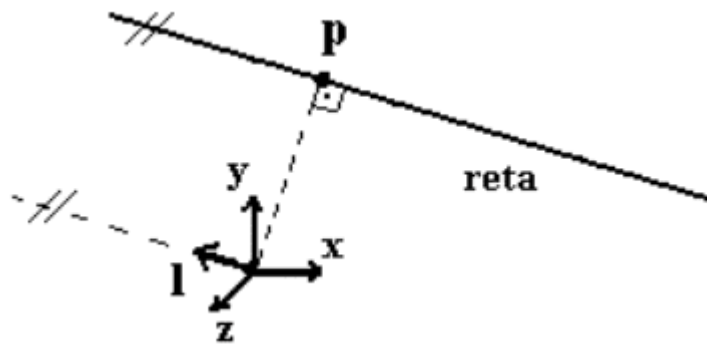


Figura C.1 - Distância do ponto à reta

Neste caso o produto interno entre dois vetores duais representando retas, traz como resultado o cosseno do ângulo dual $\check{\Phi} = \Phi + \varepsilon \cdot d$, onde Φ é o ângulo entre as retas e d é a distância entre elas, conforme demonstrado pelas relações a seguir.

Sejam $\check{\mathbf{z}}_1$ e $\check{\mathbf{z}}_2$ a representação de duas retas através de vetores duais. Então o seu produto interno será dado por:

$$\check{\mathbf{z}}_1 \cdot \check{\mathbf{z}}_2 = (\mathbf{l}_1 + \varepsilon \cdot \mathbf{m}_1) \cdot (\mathbf{l}_2 + \varepsilon \cdot \mathbf{m}_2) = \mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{l}_2 + \varepsilon \cdot (\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{l}_2 + \mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{m}_2). \quad (\text{C.10})$$

Como \mathbf{l}_1 e \mathbf{l}_2 são vetores unitários tem-se que:

$$\check{\mathbf{z}}_1 \cdot \check{\mathbf{z}}_2 = \cos \Phi + \varepsilon \cdot [(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{l}_2 + \mathbf{l}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{l}_2)] = \cos \Phi + \varepsilon \cdot [(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \cdot \mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2]. \quad (\text{C.11})$$

Ou seja:

$$\overset{\vee}{\mathbf{z}}_1 \cdot \overset{\vee}{\mathbf{z}}_2 = \cos \Phi - \varepsilon.d.\text{sen } \Phi = \cos \overset{\vee}{\Phi}, \quad (\text{C.12})$$

com:

$$\overset{\vee}{\Phi} = \Phi + \varepsilon.d \quad (\text{C.13})$$

que representa a forma para expressar um ângulo dual.

Anexo D. Listagem do programa *rail.m*

```
%-----
% Rail.mat
%-----
clear
clf
% File created by Simulink Model-----
load angles;

% Initial quaternium-----
q0 =[0 0 0 1]';
q_est3(:,1)=q0;

railplotvorb
kmax=length(ang);
T=10/kmax;
for k=2:1:kmax
    %*****
    % Compute small angles from direrences
    d_phi1=(ang(2,k)-ang(2,k-1));
    d_phi3=(ang(4,k)-ang(4,k-1));
    d_phi2=(ang(3,k)-ang(3,k-1));

    dq=[d_phi1/2, d_phi2/2, d_phi3/2, 1]';
    dq=dq/norm(dq);

    q_est3(:,k)=q_est_algeb(q_est3(:,k-1),dq);
    %*****

    RailPosic
    q=q_est3(:,k);
    RailPlot
end

%                               17.11.2002- W.E.d Santos
%-----

%-----
% RailPlotVorb.mat
%-----
play=1;
axHndl=gca;
figNumber=gcf;
hndlList=get(figNumber,'UserData');
%-----
set(figNumber,'Backingstore','off');
%-----
% The graphics axis limits are set to values known
% to contain the solution.
set(axHndl, ...
    'XLim',[0 40],'YLim',[-35 10],'ZLim',[-10 40], ...
    'UserData',play, ...
    'XTick',[],'YTick',[],'ZTick',[], ...
    'Drawmode','fast', ...
    'Visible','on', ...
    );
```

```

    'NextPlot','add', ...
    'Userdata',play, ...
    'View',[30,15]);
% to see XY 90,-90
%     ZX  0,  0
%     ZY 90,  0
%     3D 30, 15
%-----
xaxs=10;
axis([-xaxs xaxs -xaxs xaxs -xaxs xaxs])
axis square
grid on
xlabel('x-ECI')
ylabel('y-ECI')
zlabel('z-ECI')
%-----
cla;
bodyx = line( ...
    'color','r', ...
    'LineStyle','- ', ...
    'erase','xor', ...
    'xdata',[ ],'ydata',[ ],'zdata',[ ]);
bodyy = line( ...
    'color','g', ...
    'LineStyle','- ', ...
    'erase','none', ...
    'xdata',[ ],'ydata',[ ],'zdata',[ ]);
bodyz = line( ...
    'color','b', ...
    'LineStyle','- ', ...
    'erase','xor', ...
    'xdata',[ ],'ydata',[ ],'zdata',[ ]);
%-----
bodyg = line( ...
    'color','y', ...
    'LineStyle','- ', ...
    'erase','none', ...
    'xdata',[ ],'ydata',[ ],'zdata',[ ]);
%-----
bodya = line( ...
    'color','m', ...
    'LineStyle','- ', ...
    'erase','none', ...
    'xdata',[ ],'ydata',[ ],'zdata',[ ]);
%-----
legend('x-Body','y-Body','z-Body')
title('Rail Profile')
%-----
grid=1;
for gx=-xaxs:grid:xaxs
    a1=[gx -xaxs 0];
    a2=[gx  xaxs 0];
    a0=[a1; a2];
    set(bodyg,'xdata',a0(:,1),'ydata',a0(:,2),...
        'zdata',a0(:,3))
    drawnow;
end
for gx=-xaxs:grid:xaxs
    a1=[-xaxs gx 0];
    a2=[ xaxs gx 0];
    a0=[a1; a2];
    set(bodyg,'xdata',a0(:,1),'ydata',a0(:,2),...
        'zdata',a0(:,3))

```

```

drawnow;
end
a0=[0 0 +xaxs;0 0 -xaxs];
set(bodya,'xdata',a0(:,1),'ydata',a0(:,2),'zdata',a0(:,3))
drawnow;
a0=[0 +xaxs 0;0 -xaxs 0];
set(bodya,'xdata',a0(:,1),'ydata',a0(:,2),'zdata',a0(:,3))
drawnow;
a0=[+xaxs 0 0;-xaxs 0 0];
set(bodya,'xdata',a0(:,1),'ydata',a0(:,2),'zdata',a0(:,3))
drawnow;

% Rail coords-----
X = 0; % X displacement (initial)
Y = 0; % Y
Z = 0; % Z
phi1 = 0; % psi euler angle [rad]
phi2 = 0; % theta euler angle [rad]
phi3 = 0; % phi euler angle [rad]

%-----
% actualized by 17.11.2002- W.E.d Santos
%-----

%-----
% RailPosic.mat
%-----
%
% Computation of linear displacement over the rail
%
% Euler angles atualization-----
phi1 = phi1 + d_phi1;
phi2 = phi2 + d_phi2;
phi3 = phi3 + d_phi3;

if phi2 ==0
    DeltaX=0;
    DeltaY=0;
    DeltaZ=T;
elseif abs(phi2)<pi/2
    DeltaX=sign(phi2)*T*sqrt(1/(1/(cos(phi3)^2)+1/(tan(phi2)^2)));
    DeltaY=DeltaX*tan(phi3);
    DeltaZ=sqrt(T^2-DeltaX^2-DeltaY^2);
else
    DeltaX=sign(phi2)*T*sqrt(1/(1/(cos(phi3)^2)+1/(tan(phi2)^2)));
    DeltaY=DeltaX*tan(phi3);
    DeltaZ=-sqrt(T^2-DeltaX^2-DeltaY^2);
end

% Axis increment
X = X + DeltaX;
Y = Y + DeltaY;
Z = Z + DeltaZ;
%
% 17.11.2002- W.E.d Santos
%-----

```

Anexo E. Análise da flexibilidade nas juntas rotativas do Roboturb

Devido ao fato do sistema de controle trabalhar com realimentação indireta de posição, ou seja, através de *encoders* instalados no eixo dos motores e não nas juntas do robô, ocorrerão incertezas de posicionamento devido aos elementos de transmissão sujeitos a deformação, quais sejam a partir da correia⁸ nas polias e a partir do *flex-spline* das reduções harmônicas (*harmonic-drives*). Como a postura do braço do robô interfere no valor da deformação destes elementos (devido às diferentes influências do vetor gravidade), foram escolhidas três particulares posturas do braço do robô (com o trilho instalado na horizontal), quais sejam: braço todo encolhido, braço todo esticado e uma posição intermediária, descritas pelas seguintes configurações de junta:

Tabela E.1 - Posições angulares de junta para as três posturas analisadas

Posição da junta (rad)	2	3	4	5	6	7
Braço encolhido	0	$0,433\pi$	$-0,866\pi$	0	$0,069\pi$	0
Postura intermediária	0	$0,217\pi$	$-0,433\pi$	0	$0,283\pi$	0
Braço esticado	0	0	0	0	$\pi/2$	0

As quais irão exercer diferentes torques nas juntas e, por conseguinte, diferentes valores de deformação nas correias e nas reduções harmônicas. Os elementos mecânicos [OGA-97] empregados para transmissão de torques e movimentos são constituídos basicamente por três tipos construtivos: a) reduções harmônicas, b) engrenagens e c) conjuntos polias+correia, que têm suas representações esquemáticas [KLA-89] ilustradas na Figura E.1, onde:

$T1$ e $T2$ são os torques mecânico (ou conjugados) na entrada e saída respectivamente,

$\theta1$ e $\theta2$ são a posição angular no eixo de entrada e de saída respectivamente,

n é a relação de redução do redução harmônica,

J é a inércia do redução harmônica,

$J1$ e $J2$ são as inércias da engrenagem (ou polia) de entrada e saída respectivamente,

⁸ Uma análise prévia da flexibilidade das correias, frente à flexibilidade das reduções harmônicas, mostrou que estes últimos são muito mais significativos (na ordem de centenas de vezes) do que as correias [KAP-00].

J_{12} é a inércia da correia dentada,

$N1$ é o número de dentes da engrenagem (ou da polia) de entrada,

$N2$ é o número de dentes da engrenagem (ou da polia) de saída,

K é a constante de rigidez do redução harmônica e

K_{12} é constante de rigidez da correia dentada.

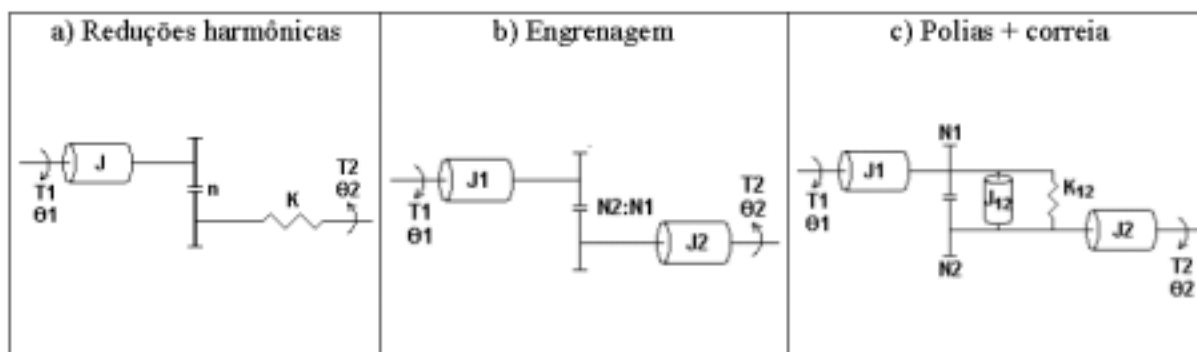


Figura E.1 – Representação esquemática das transmissões no Roboturb

Levando-se agora em consideração, também a representação esquemática do motor [MAX-99] formado pelo elemento motor propriamente dito (M), a inércia de seu eixo (J_m) e do encoder (J_e) a ele acoplado, bem como as forças de atrito próprio (F_m).

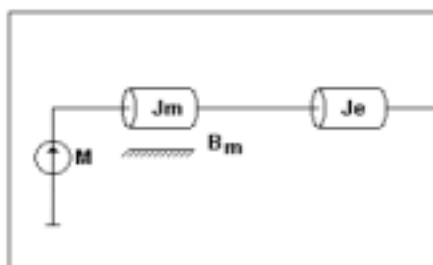


Figura E.2 - Representação esquemática para o motor CC

Pode-se representar o modelo de acionamento mecânico de cada uma das juntas do Roboturb pelos seguintes diagramas esquemáticos [MAR-02]:

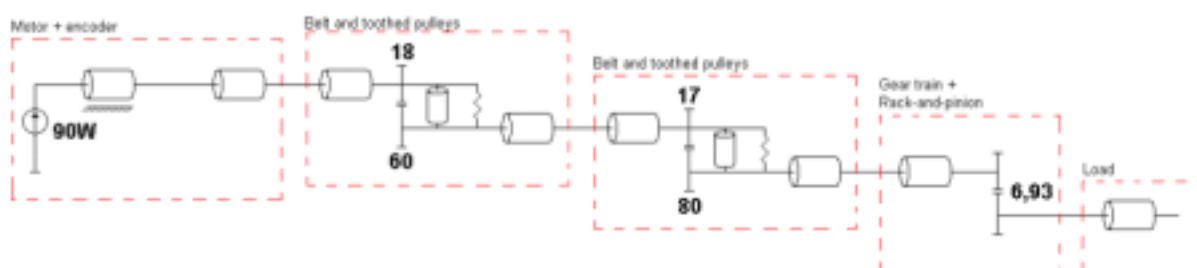


Figura E.3 - Diagrama do trilho - eixo 1 (relação de redução total = 1,04mm/volta)

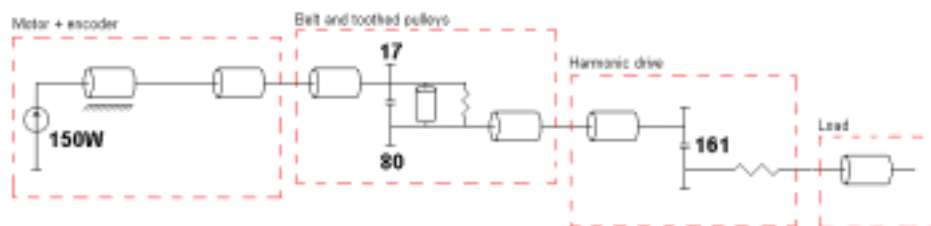


Figura E.4 - Diagrama do eixo 2 (relação de redução total=757,6:1)

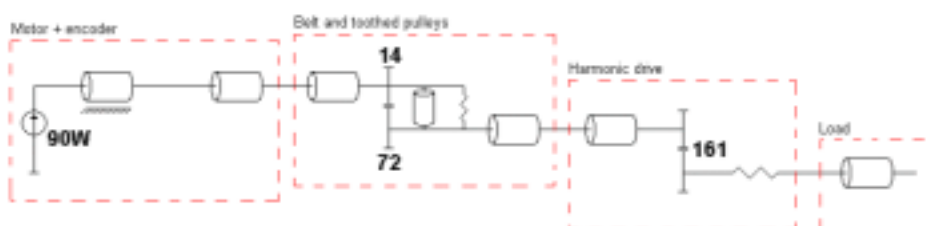


Figura E.5 - Diagrama do eixo 3 (relação de redução total=828:1)

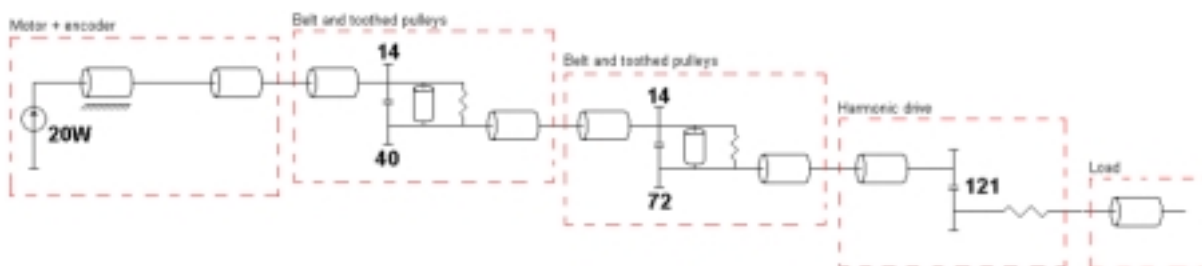


Figura E.6 - Diagrama do eixo 4 (relação de redução total=1777,96:1)

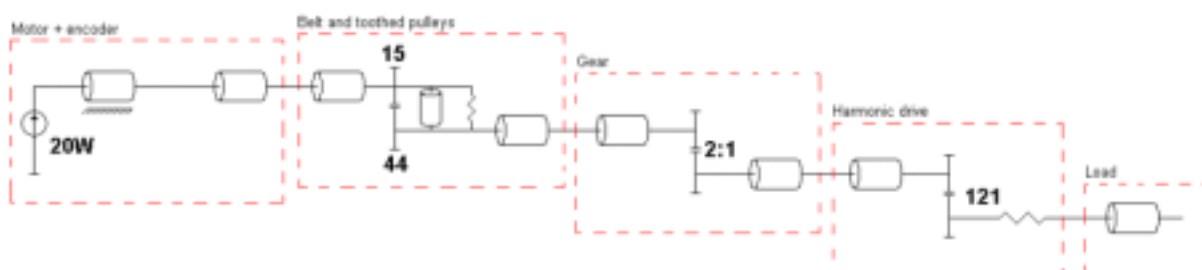


Figura E.7 - Diagrama do eixo 5 (relação de redução total=704:1)

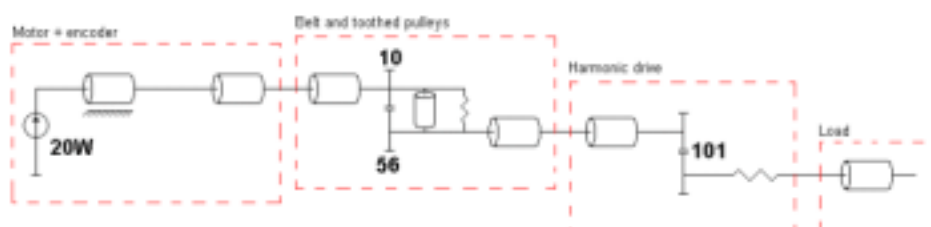


Figura E.8 - Diagrama do eixo 6 (relação de redução total=565,6:1)

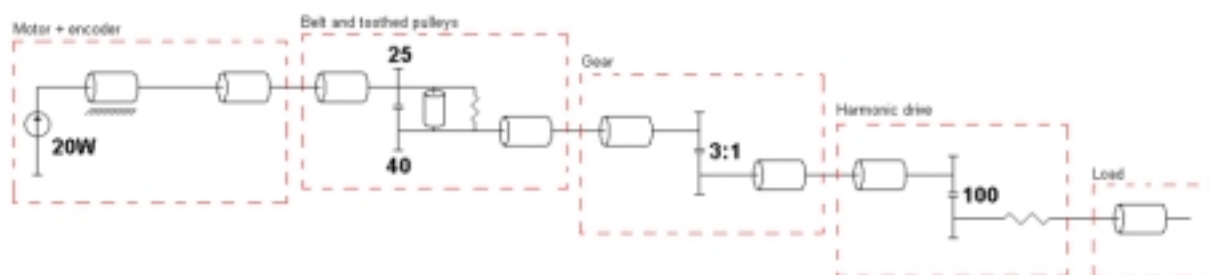


Figura E.9 - Diagrama do eixo 7 (relação de redução total=480:1)

Os quais apresentam parâmetros conforme indicados pelas tabelas a seguir [KAP-01].

Tabela E.2 - Dados e parâmetros tecnológicos das transmissões por polias + correia

Eixo	N2	N1	J2 (kgm ²)	J1 (kgm ²)	J ₁₂ (kgm ²)	K ₁₂ (m/Nm)	d2 (m)	d1 (m)	ε ₁₂ (rad/Nm)	L1(mm)
0A	60	18	2,00E-07	1,82E-05	7,40E-07	3,19E-05	0,0172	0,0573	1,11E-03	
0B	80	17	2,00E-07	3,00E-05	7,40E-07	3,19E-05	0,0172	0,0688	9,27E-04	
1	80	17	1,82E-07	4,02E-05	1,07E-06	3,19E-05	0,0143	0,0608	1,05E-03	0,0846
2	72	14	1,82E-07	4,02E-05	9,37E-07	3,19E-05	0,0134	0,0688	9,27E-04	0,2362
3A	40	14	1,80E-07	5,09E-06	5,82E-07	4,78E-05	0,0134	0,0382	2,50E-03	0,2452
3B	72	14	1,82E-07	3,00E-05	1,36E-06	3,19E-05	0,0134	0,0688	9,27E-04	0,3347
4	44	15	2,35E-07	7,32E-06	6,97E-07	4,78E-05	0,0143	0,0420	2,28E-03	0,2534
5	56	10	1,91E-07	8,05E-06	2,20E-07	4,78E-05	0,0096	0,0535	1,79E-03	0,2378
6	40	25	2,68E-07	4,30E-06	9,61E-07	4,78E-05	0,0239	0,0382	2,50E-03	0,1747

Onde: ε₁₂ é a rigidez angular causada pela correia e, L1 é o comprimento livre da correia até a ancoragem efetiva.

Tabela E.3 - Dados e parâmetros tecnológicos das transmissões por engrenagens

Eixo	Relação:1	J (kgm ²)
0	6,93	1,64E+00
4	2,00	2,19E-06
6	3,00	4,73E-06

Tabela E.4 - Dados e parâmetros tecnológicos das transmissões por redução harmônicas

Eixo	n	J (kgm ²)	Massa (kg)	K (rad/Nm)
1	161	4,13E-05	1,50	2,00E-05
2	161	1,93E-05	0,98	4,00E-05
3	121	1,93E-05	1,00	6,33E-05
4	120	3,61E-06	0,68	7,41E-05
5	101	9,10E-06	0,71	1,41E-04
6	100	3,30E-06	0,52	1,64E-04

E, onde J é a inércia total referida para a entrada da(s) engrenagem(ns).

Assim, com base nos dados mecânicos dos elementos de transmissão acima expostos chega-se aos seguintes valores de erros devido à flexibilidade das juntas quando submetidas à carga nominal (2kg):

Tabela E.5 - Erros estimados em cada eixo devido a flexibilidade mecânica

Δ_{Mec} (arcmin)	1	2	3	4	5	6
Braço encolhido	1,85	3,46	5,55	2,19	3,62	2,94
Postura intermediária	3,88	5,93	5,55	2,19	3,62	2,94
Braço esticado	5,16	8,26	5,55	2,19	3,62	2,94

Quando os valores da tabela anterior são acrescidos pelos valores descritos pela Tabela 4.1 Incertezas de posicionamento nas juntas do Roboturb devido aos encoders, é possível estimar alguns valores teóricos de erros esperados para o posicionamento do robô.

Logo, através das seguintes matrizes Jacobianas, obtidas com auxílio do pacote de software Robotica [NET-01] para o programa Mathematica:

$$\mathbf{J}_{ENCOLHIDO} = \begin{bmatrix} -89 & -406 & -113 & 0 & 50,9 & 0 \\ 620 & 0 & 0 & -26 & 0 & 0 \\ 0 & 470 & 407 & 0 & -114 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,98 & 0 & 0,91 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0,21 & 0 & 0,41 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{INTERMEDIARIO} = \begin{bmatrix} -89 & -544 & -355 & 0 & 122 & 0 \\ 545 & 0 & 0 & -97,1 & 0 & 0 \\ 0 & 395 & 162 & 0 & 26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,63 & 0 & -0,21 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0,78 & 0 & 0,98 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{ESTICADO} = \begin{bmatrix} -89 & -300 & -300 & 0 & 0 & 0 \\ 325 & 0 & 0 & -125 & 0 & 0 \\ 0 & 175 & -125 & 0 & 125 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e, levando-se ainda em consideração a combinação dos erros de controle e dos erros de flexibilidade mecânica, chega-se aos seguintes valores de erros de posicionamento do efetuador final em relação ao sistema de coordenadas da base do robô:

Tabela E.6 - Erros teóricos de posicionamento para o Roboturb

Postura	Δx (mm)	Δy (mm)	Δz (mm)	p(mm)
Braço encolhido	-0,59	0,32	1,01	1,21
Postura intermediária	-1,49	0,56	0,97	1,86
Braço esticado	-1,35	0,45	0,35	1,47

De forma similar, chega-se aos seguintes valores de erros de orientação do efetuador final em relação ao sistema de coordenadas da base do robô:

Tabela E.7 - Erros teóricos de orientação para o Roboturb

Postura	δx (arcmin)	δy (arcmin)	δz (arcmin)
Braço encolhido	4,9	-5,4	3,5
Postura intermediária	0,8	-7,8	8,5
Braço esticado	-2,9	-10,1	7,8

Anexo F. Medição redundante através da fusão de sensores

A medição redundante através da fusão de sensores é uma técnica para tratamento de dados onde dipõem-se de diversos sensores que fornecem simultaneamente medições (diretas ou indiretas) a respeito de uma grandeza física correlata.

Como exemplificação do método, suponha-se z_I uma medição obtida através do sistema de medição SM_I no instante t_I e com um desvio padrão σ_{z_I} , então a distribuição da probabilidade $P(x|z_I)$ tem o seguinte aspecto:

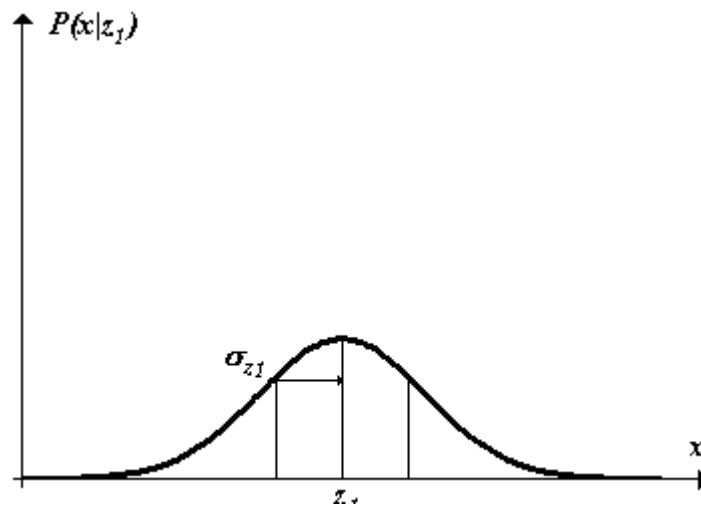


Figura F.1 Distribuição de probabilidade de z_I

Então, baseado na densidade de probabilidade condicional, o melhor valor estimado para x em t_I é:

$$X(t_I) = z_I \quad (\text{F.1})$$

E a variância do erro é estimada como:

$$\sigma_x^2(t_1) = \sigma_{z_1}^2 \quad (\text{F.2})$$

Se agora for acrescentado uma nova medição, oriunda de um segundo sistema de medição SM_2 , no instante t_2 tal que $t_2 \approx t_1$, o qual fornece uma leitura z_2 com variância $\sigma_{z_2}^2$ de menor incerteza como a seguir:

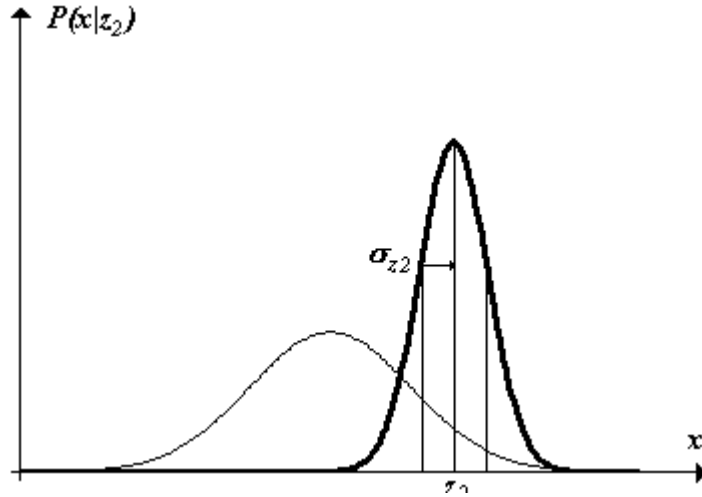


Figura F.2 Distribuição de probabilidade de z_2

A densidade condicional da variável $x(t_2)$ no instante t_2 dado tanto por z_1 como por z_2 é uma densidade gaussiana com média μ e variância σ^2 , obtidas pelas seguintes relações:

$$\mu = \left(\frac{\sigma_{z_2}^2}{\sigma_{z_1}^2 + \sigma_{z_2}^2} \right) z_1 + \left(\frac{\sigma_{z_1}^2}{\sigma_{z_1}^2 + \sigma_{z_2}^2} \right) z_2 \quad (\text{F.3})$$

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma_{z_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{z_2}^2} \quad (\text{F.4})$$

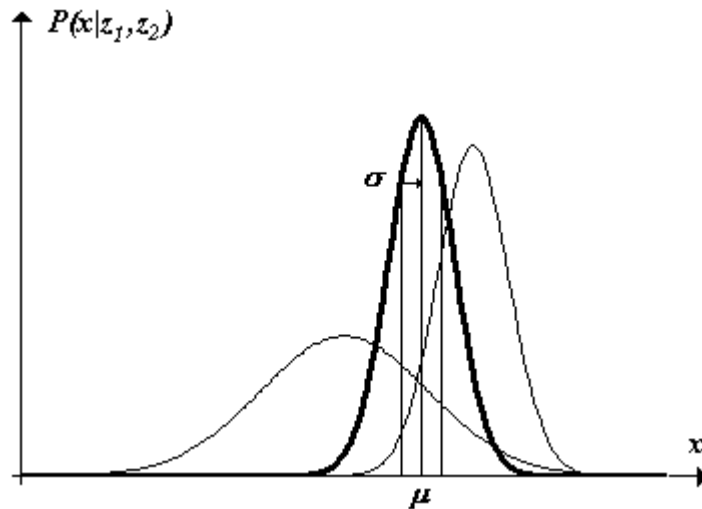


Figura F.3 Distribuição da densidade de probabilidade $P(x|z_1, z_2)$

Baseado na distribuição de probabilidade condicional a melhor estimativa para a variável x é:

$$x(t_2) = \mu \quad (\text{F.5})$$

com um erro associado à variância σ^2 , que é menor do que σ_{z1}^2 e também menor do que σ_{z2}^2 , ou seja é a melhor estimativa para x conforme ilustra a Figura F.3.

Um exemplo de fusão de sensores em aplicações robóticas é freqüentemente encontrado nos chamados filtros de Kalman [ABI-92], [DAH-96], [GEE-96], [KAH-99] e [ZEL-02]. Neste filtro é obtida a fusão dos dados medidos de forma a se obter uma estimativa ótima sob o ponto de vista estatístico. Se o sistema pode ser descrito por um modelo linear e, tanto o erro do sistema como o erro dos sistemas de medição podem ser modelados como um ruído branco Gaussiano, então um filtro de Kalman irá fornecer uma única estimativa ótima para os dados coletados. A Figura F.4 mostra o diagrama de blocos de uma aplicação típica do filtro de Kalman.

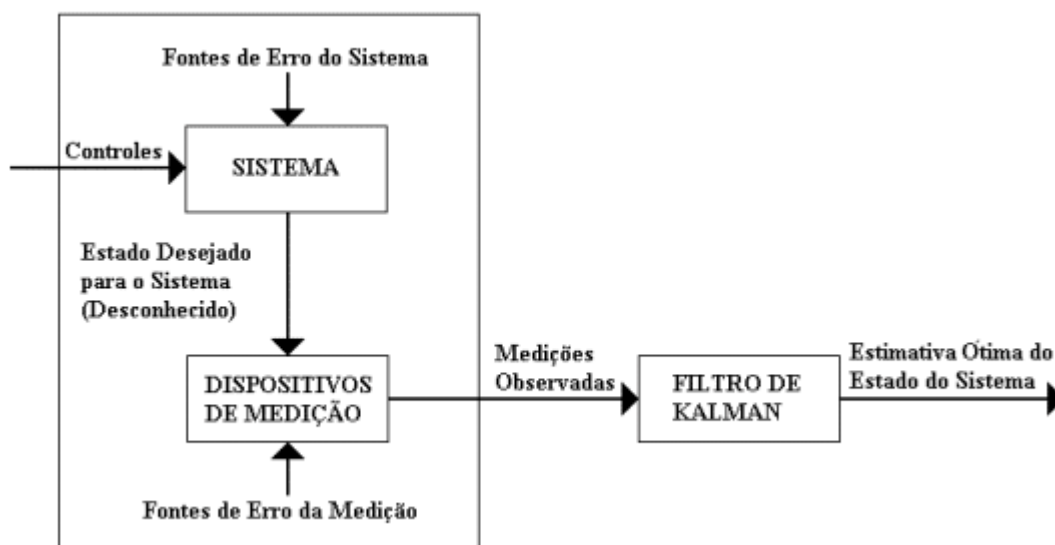


Figura F.4 - Diagrama de aplicação típico para um filtro de Kalman

O processo de cálculo de um filtro de Kalman é realizado recursivamente, ou seja, é um algoritmo onde a cada iteração, apenas a nova medida, e o último valor estimado, são necessários para estimar o valor corrente, logo não há a necessidade de se armazenar todas as medidas e estimativas anteriores. Esta característica do filtro de Kalman faz ele ser especialmente interessante para aplicações onde não haja grande capacidade de armazenamento de dados. As medições de um grupo de n sensores podem ser agrupadas

usando um filtro de Kalman para obter tanto uma estimativa do estado atual do sistema, como uma predição do estado futuro do mesmo.

As entradas de um filtro de Kalman são os sistemas de medição. As informações preliminares necessárias para o filtro são a dinâmica do sistema e as propriedades do ruído do sistema e dos sensores. A saída do filtro de Kalman é a estimativa do estado do sistema e a inovação (diferença entre a medição predita e a observada).

Em cada passo, o filtro de Kalman gera uma estimativa de estado através da média ponderada dos estados preditos (obtida a partir do modelo do sistema) e a inovação. O peso utilizado pela média ponderada é determinado pela matriz de covariância, a qual é uma indicação direta do erro na estimativa do estado. No caso mais simples, quando todas as medidas têm a mesma incerteza e os estados a serem estimados são as medições, a estimativa se reduzirá a um simples cálculo de média, ou seja uma média ponderada com peso idêntico para todos os membros. Deve-se observar que o filtro de Kalman também é aplicável para os casos em que contenham variáveis dependentes do tempo.

Um filtro de Kalman estendido é utilizado em lugar do filtro de Kalman tradicional quando o modelo do sistema for potencialmente instável sob o ponto de vista numérico, ou se o modelo do sistema não puder ser aproximado para um modelo linear. O filtro de Kalman estendido é uma versão do filtro de Kalman que pode manipular equações dinâmicas não-lineares e/ou medições não-lineares.

Anexo G. Relação e hierarquia dos blocos de *software* desenvolvidos

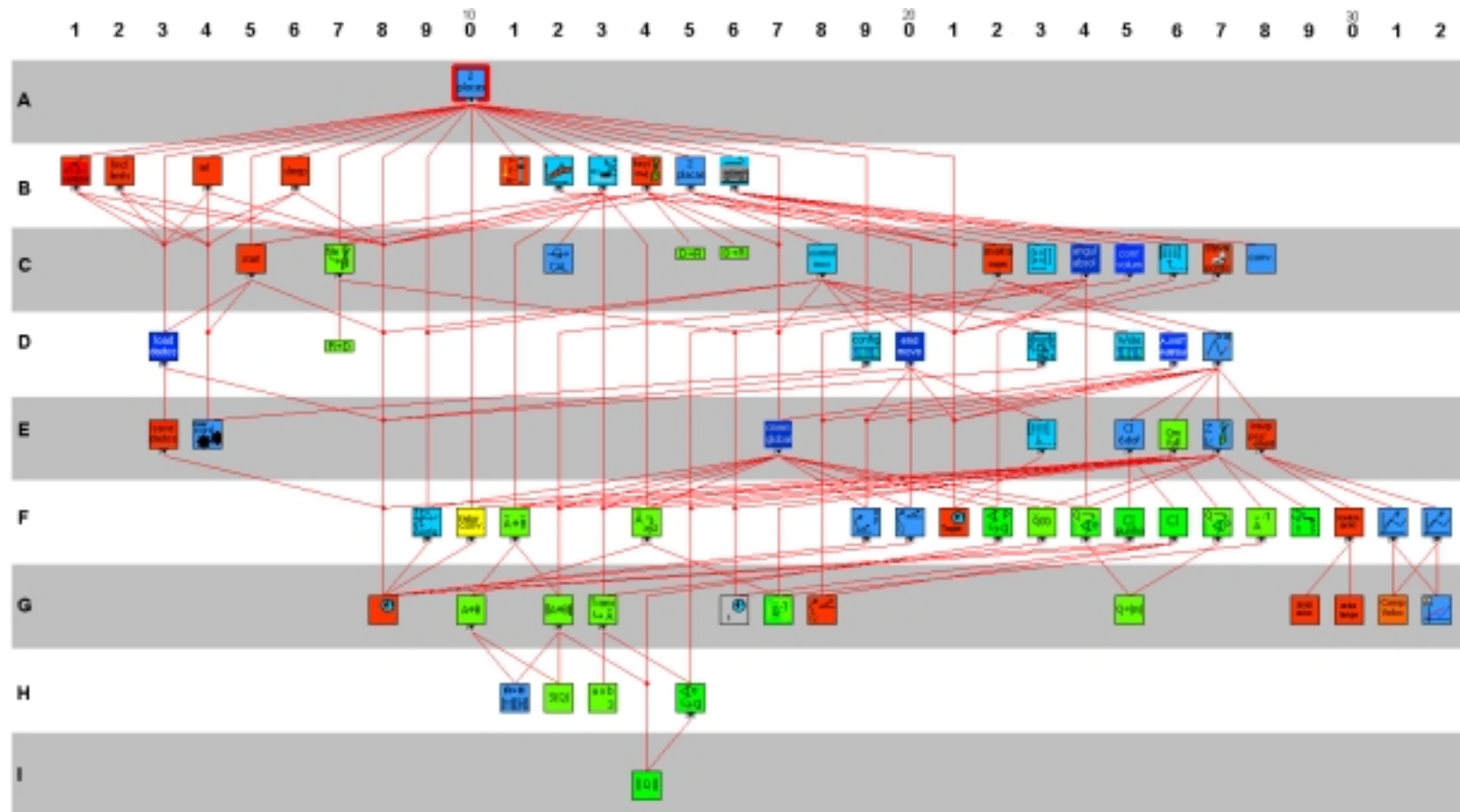

































Figura G.1 – Hierarquia dos blocos de *software* desenvolvidos






Pos.	VI	Ícone	Descrição	Entrada	Saída
A1	Controle_2_placas		Programa principal para execução dos movimentos.		
B1	Controle_por_angulos		Move cada junta na sequência escolhida para uma posição relativa ou absoluta. Se a velocidade escolhida for igual a zero será usada a velocidade default para esta junta.	Angulos [deg] (Q4[mm/10]) Ordem dos eixos Posicionamento (relativo) Error in Velocidade [deg/s]	Board ID out Error Out
B2	Find_limits		Inicializa o controlador. Encontra o fim de curso de cada eixo escolhido. Move cada eixo escolhido para a posição zero.	Ordem dos eixos Inicializar Placas Parar OK Button Error in	Placas Inicializadas Error out
B4	Go_to_ref		Move cada eixo escolhido para a posição de referência.	OK Button Parar Error in	Error out
B6	Go_to_sleep		Move cada eixo escolhido para a posição de descanso.	OK Button Parar Error in	Error out
B11	Index_scroll		Faz com que os marcadores sejam atualizados a cada incremento após ter passado um valor mínimo para scroll (último valor visível).	Nível do slide Referência	Index
B12	Desenho_trilho		Desenha um perfil do trilho em 3D a partir dos dados no arquivo.	Trilho File in	Trilho File out
B13	Aquisita_giros		Move o robô ao longo do trilho para calcular a curvatura do trilho através das aquisições dos giroscópios.	Posição destino [mm/10] File in Polaridade dos canais Error in	File out Offset [divisões] Error out





B14	Inicializa_trajetoria_global		Contém a VI que realiza os cálculos para a correção da geometria do trilho, VI que atualiza a cinemática global e atualiza a trajetória global de acordo com a opção: controle por teclado/executar trajetória.	Info placa 1 (in) Index Giroscopios Opção Posição Orientação Parada? Info placa 2 (in)	XY Graph
B15	Trajektorias		Controla toda a trajetória do robô. Interrompe o movimento das placas em caso de erro. Procura por novas trajetórias a serem executadas.	Parar programa Pontos restantes (posição) Pontos restantes (orientação) Dados in	Volume de trabalho excedido? Pontos restantes (posição) Pontos restantes (orientação) Erro! Dados out Cinemática direta orientação [rad] Cinemática direta posição [mm/10]
B16	Atualiza_teclado		Adiciona trajetórias incrementais pela leitura do teclado.	Incremento em FI,TETA,PSI[deg] Incremento em X,Y,Z[mm/10] Velocidade[rad/s] Ponto a ponto Aceleração[mm/s^2] Aceleração[rad/s^2] Velocidade[mm/s] Char Vkey Last Char in	Char out











C5	Go_to_start		Mova cada eixo escolhido para a posição de início.	OK Button Ordem dos eixos Error in	Error out
C7	Interpola		Calcula a interpolação a partir das informações da curvatura do trilho no arquivo dado.	File in	File out S,X,Y,Z,FI,TETA,PSI (X,Y,Z,FI,TETA,PSI) = f(z)
C12	Cal_giros_dac		Aquisiciona informação do giroscópio através da entrada analógica da placa de motion-control. Caso <i>offset</i> de entrada não seja fornecido, realiza a calibração do giroscópio e fornece o novo valor de <i>offset</i> . Fornece o instante de tempo em que foi coletada a amostra.	Number of samples (<i>offset</i>) Board ID ADCs <i>Offset</i> [divisões] Error in	Saídas [divisões] Instantes de tempo <i>Offset</i> [divisões] Error out
C15	Convert_deg_rad		Converte um escalar dado em graus, para radianos.	Graus	Radianos
C16	Convert_deg_rad_mp		Converte um vetor dado em graus, para radianos.	Graus	Radianos
C18	Controle_movimento		Configura os buffers caso estes não existam. Inicia o buffer caso este esteja pronto e dispara as placas de movimento. Controla a execução dos pontos, desacelera o robô e mantém o robô parado.	Dados de controle Info placa 1 (in) Pontos restantes 1 Pontos restantes 2 Info placa 2 (in)	Info placa 1 (out) Pontos restantes 1 Pontos restantes 2 Info placa 2 (out)







C22	Atualiza_trajetoria		Transfere as trajetórias que vão sendo calculadas para uma variável global.	Posição restante Orientação restante Intervalo de tempo [ms]	Cinematica_direta [mm/10] Posição restante Orientação restante Trajetória atualizada Volume de trabalho excedido Ângulos absolutos [rad]
C23	Tamanho_matriz_2D		Adiciona valores a variável global de controle de trajetória.	Matriz	Linhas Colunas
C24	Angulos_absolutos		Calcula os ângulos absolutos do robô.	Posição final (X,Y,Z) [mm/10] FI,TETA,PSI punho [rad]	FI,TETA,PSI absolutos [deg]
C25	Confere_vol_de_trabalho		Confere se uma determinada posição está contida no volume de trabalho do robô.	X,Y,Z [mm/10]	Movimento inválido
C26	Adiciona_traj		Adiciona valores a variável global de controle de trajetória.	Trajetória absoluta (X,Y,Z) [mm/10] FI,TETA,PSI absolutos [deg] Velocidade [mm/s] Aceleração [mm/s^2] Velocidade [rad/s] Aceleração [rad/s^2] Parar ?	
C27	Salva pontos		Grava pontos da trajetória global. Pode escrever os pontos de um arquivo nas variáveis globais.	Salvar ponto Salvar trajetória Escrever pontos Deletar ponto	
C28	Convolucao		Realiza operação de convolução.	Ponto(X,Y,Z) Angulos(FI,TETA,PSI)	Ponto(X,Y,Z)




D3	Load_dados_globais		Chama a variável global que interrompe a VI em execução e que contém os parâmetros do robô.		
D7	Convert_rad_deg_mp		Converte um vetor dado em graus, para radianos.	Radianos	Graus
D19	Config_buffer		Configura o buffer e escreve a primeira parcela da trajetória a ser executada. Retorna as entradas para a VI de controle de movimento por buffers.	Request interval [ms] Board ID Vector space Buffer Error in Buffer size	Info placa (out) Actual interval [ms]
D20	Termina_trajetoria_rel		Desacelera as duas placas para finalizar o movimento do robô.	Trajectoria placa 1 Trajectoria placa 2 Delta t [ms]	Trajectoria placa 1 [counts] Trajectoria placa 2 [counts]
D23	Disparo_2_placas		Faz o disparo simultâneo do movimento nas duas placas.	Info placa 1 (in) Info placa 2 (in)	Info placa 1 (out) Info placa 2 (out)
D25	Inicia_buffer		Escreve a primeira parcela da trajetória a ser executada. Retorna as entradas para a VI de controle de movimento por buffers.	Info placa (in) Trajectoria placa Buffer size	Info placa (out) Pontos restantes Pontos escritos
D26	Ajusta_matrizes		Ajusta a matriz de pontos XYZ em função do numero de pontos de Fi-Teta-Psi; ou vice-versa. A seleção é baseada no critério da matriz que apresente maior dimensão.	Posição Velocidade (mm/s) Orientação Velocidade (rad/s)	Posição (dados de saída) Orientação (dados de saída)











D27	Gera_traj_linear		Implementa rampas de aceleração e desaceleração e a cinemática do punho. Interpola as orientações. Incapaz de mover o braço. Velocidade constante de 0,2rad/s.	Posição Orientação Intervalo de tempo [ms] Terminar movimento	Volume de trabalho excedido Trajetória placa 1 [counts] Trajetória placa 2 [counts] Cinemática direta [mm/10] Ângulos absolutos [rad]
E3	Save_dados		Salva alterações feitas na variável global que armazena os parâmetros do robô. Pode também carregar para essa variável global os parâmetros salvos em um arquivo pré-existente.	File in Load Save	File Out
E4	Config_engrenamento		Engrena eixo 3 de acordo com o eixo 2 do roboturb.	Board ID Error in	Board ID out Axis Error out
E17	Cinemática_global		Converte de counts para coordenadas retangulares em [mm/10]. Leva em consideração o trilho caso esteja disponível. Lê diretamente das placas caso não sejam fornecidas as coordenadas das juntas. Inicializa as placas com os dados globais caso não sejam fornecidas as informações das placas.	Globais? Info placa 1 (in) Info placa 2 (in) Q1, Q2, Q4 [counts] Q5, Q6, Q7 [counts]	Q1, Q2, Q4 [counts] X,Y,Z braço [mm/10] FI,TETA,PSI punho [rad](rel) X,Y,Z [mm/10] (absoluto) FI,TETA,PSI [rad] (absoluto) Q5, Q6, Q7 [counts]
E23	Remove_traj		Remove trajetórias já executadas da variável global de trajetórias.	Index	







E25	Cinematica_mov_full		Calcula a cinemática inversa global do braço em coordenadas incrementais relativas.	Cinemática direta absoluta [mm/10] Pos. Inic. braço Q1,Q2,Q4 [counts] Ângulos absolutos [rad] Pos. Inic. punho Q5,Q6,Q7 [counts]	Volume de trabalho excedido Trajetória posição [counts] Trajetória orientação [counts]
E26	Quaternion_movimento		Esta VI retorna os ângulos de orientação final do punho a partir das informações de orientação final do trilho + orientação final do braço + orientação final desejada.	FI,TETA,PSI [rad](relativos)(braço) FI,TETA,PSI [rad](destino absoluto)	FI,TETA,PSI [rad](punho)
E27	Compensa_trilho		Esta VI retorna o valor de deslocamento ao longo do trilho Roboturb em função da coordenada Z, interpolado a partir do arquivo de leituras realizadas com o giroscópio. Retorna também as coordenadas X e Y, assim como os ângulos Fi, Teta e Psi. As unidades de medida são décimos de milímetros para coordenadas e radianos para ângulos.	X,,Y,Z [mm/10](destino) FI,TETA,PSI [rad](destino)	X,,Y,S [mm/10] FI,TETA,PSI [rad] Volume excedido
E28	Interpola_pos_orient		Interpola a trajetória do punho ou a do braço, optando por aquela cujo movimento demandar maior tempo.	Orientação Posição Intervalo de tempo [ms] Terminar movimento	Posição Velocidade posição Orientação Velocidade orientação

F9	Config_vector_spaces		Configura dois espaços vetoriais, um para cada placa. Não insere a junta Q3 em nenhum deles, pois esta junta é movimentada a partir de engrenamento com Q2.	Error in	Error out Board ID 1 Vector space 1 Board ID 2 Vector space 2
F10	Fator_conversao		Lê a relação de transmissão, multiplica pelo número de counts lidos em uma volta (2000) no motor e divide por $2 \cdot \pi$.		
F11	Dual_Quat_prod2		Retorna o produto entre dois quaternions duais.	Dual Quaternion A Dual Quaternion A	Dual Quaternion A . B
F14	Dual_Quat_Trans		Retorna o vetor translação a partir de um quaternion dual.	Dual Quaternion	Translação (X,Y,Z)
F19	Cinematica_direta_braco		Transforma o valor, em counts para cada junta, em coordenadas retangulares [mm/10].	Q1, Q2, Q4 [counts]	X, Y, Z [mm/10] FI [rad] TETA [rad]
F20	Cinematica_direta_punho		Converte de counts para ângulos de rotação em radianos.	Q5, Q6, Q7 [counts]	Ângulos punho (FI,TETA,PSI)[rad]
F21	Trajectoria_global		Armazena as trajetórias a serem executadas.		
F22	Punho_Quat		Devolve um quaternion a partir dos ângulos de Euler (Fi - Teta - Psi) dados em radianos.	FI [rad] TETA [rad] PSI [rad]	Quaternion
F23	Trilho_Dual		Retorna o quaternion dual do trilho. Os dados do trilho estão armazenados em variáveis globais.	S [mm/10]	Dual Quaternion Z = f(S)
F24	Quat_Euler		Devolve os ângulos de Euler (Fi - Teta - Psi) dados em radianos a partir do quaternion.	Quaternion	FI [rad] TETA [rad] PSI [rad]

F25	Cinematica_inversa_punho		Converte de radianos para counts das juntas do punho Q5, Q6, e Q7.	FI,TETA,PSI [rad]	Q5,Q6,Q7 [counts] (incremental)
F26	Cinematica_inversa_braco		Converte coordenadas retangulares para coordenadas de juntas. Acusa região de singularidade, auto-colisão e limites do trilho.	X,Y,Z [mm/10]	Q1,Q2,Q4 [counts] Alertas
F27	Quat_punho		Devolve Q5, Q6 e Q7 a partir do quaternion.	Quaternion	Q5 Q6 Q7
F28	Dual_Quat_inv		Retorna o inverso do quaternion dual fornecido.	Dual Quaternion	Dual Quaternion
F29	Busca_S		Determina o comprimento efetivo do trilho.	X,Y,Z [mm/10](destino) S[mm/10] inicial Incremento da busca [mm/10] Máximo de iterações	S [mm/10] corrigido Distância [mm/10] Número de iterações
F30	Confere_velocidades		Ajusta as velocidades do movimento do braço e do punho para que os movimentos sejam realizados utilizando o mesmo intervalo de tempo.	Distância do braço [mm] Aceleração do braço [mm/s^2] Velocidade do braço[mm/s] Orientação do punho [rad] Aceleração do punho [mm/s^2] Velocidade máxima do punho [rad/s]	Veloc. defin. do braço[mm/s] Veloc. Defin. do punho[rad/s] Interpolar posição

F31	Interpola_incrementos_linear		<p>Interpola na distância incremental pontos que obedeçam aos valores de velocidade e aceleração especificados. Caso a velocidade final não seja fornecida a velocidade atual é mantida sem aceleração.</p> <p>Os valores de velocidade e aceleração dizem respeito a quantidades incrementais de distância, desconsiderando qualquer valor de segurança para cada eixo.</p> <p>A cada movimento há uma parada de segurança.</p>	<p>Velocidade inicial [mm/s] Velocidade final [mm/s] Incremento (X,Y,Z)[mm] Intervalo de Tempo [ms] Aceler./Desaceler.[mm/s²] Terminar movimento ?</p>	<p>Velocidade atingida [mm/s] Incrementos saída(X,Y,Z)[mm] Interpolação normalizada Error out</p>
F32	Interpola_incrementos_linear_ang		<p>Interpola na distância incremental pontos que obedeçam aos valores de velocidade e aceleração especificados. Caso a velocidade final não seja fornecida a velocidade atual é mantida sem aceleração.</p> <p>Os valores de velocidade e aceleração dizem respeito a quantidades incrementais de distância, desconsiderando qualquer valor de segurança para cada eixo.</p>	<p>Intervalo de tempo [ms] Incremento (X,Y,Z) [rad] Velocidade inicial [rad/s] Velocidade final [rad/s] Acel / Desacel [rad/s²] Terminar movimento?</p>	<p>Incrementos de saída (X,Y,Z) Velocidade Atingida [mm/s] Interpolação normalizada Error out</p>
G8	Dados_globais		Interrompe a VI em execução e armazena os parâmetros referentes a cada junta.		

G10	Quat_prod3		Retorna o produto quaterniônico não normalizado de Qa por Qb.	Qa Qb	Qa*Qb
G12	Quat_prod2		Retorna o produto quaterniônico de Qa por Qb.	Qa Qb	Qa*Qb
G13	Trans_Dual_Quat		Retorna o quaternion dual (quaternion de Rotação e quaternion de Translação) a partir dos elementos de uma rotação (ângulos de Euler em graus) e de uma translação.	FI,TETA,PSI [rad] Translação (X,Y,Z) [mm/10]	Dual Quaternion
G16	Dados_trilho		Armazena as curvaturas ao longo do trilho obtidas com giroscópios.		
G17	Quat_inv		Normaliza um quaternion.	Quaternion	Quaternion Invertido
G18	Angulos_braco		Converte de counts para ângulos em radianos a contribuição do braço na orientação do punho.	X,Y,Z [mm/10]	FI [rad] TETA [rad] Raio do braço [mm/10]
G25	Quat_R		Retorna a matriz de rotação R[3x3] a partir do quaternion.	Q	S(Q)
G29	Encontra_velocidade		Acha a velocidade que um movimento deve ser executado em um tempo determinado.	Distância Tempo [s] Aceleração	Velocidade
G30	Encontra_tempo		Encontra o tempo necessário para que um movimento seja executado por completo.	Distância Velocidade Aceleração	Intervalo [s]
G31	Decomposicao		A partir de uma velocidade e coordenadas da extremidade do vetor, acha as componentes em x, y e z.	Módulo Direção	Componentes do módulo

G32	Diferenciador		Calcula a derivada, na ordem desejada, de um conjunto de pontos.	Amostras Intervalo de tempo [s] Ordem	derivadas
H11	A_x_Vector		Realiza a multiplicação entre uma matriz de entrada e um vetor .	A Vetor	A x Vetor
H12	Quat_S		Retorna a matriz S[4x4] de um quaternion.	Q	S(Q)
H13	Produto_vetorial		Realiza o produto vetorial de dois vetores cartesianos.	A B	A x B
H15	Euler_Quat		Devolve um quaternion a partir dos ângulos de Euler (Fi - Teta - Psi) dados em radianos.	FI [rad] TETA [rad] PSI [rad]	Quaternion
I14	Quat_norm		Normaliza um quaternion.	Quaternion	Quaternion Normalizado

Anexo H. Diagrama esquemático do *software* para medição do trilho

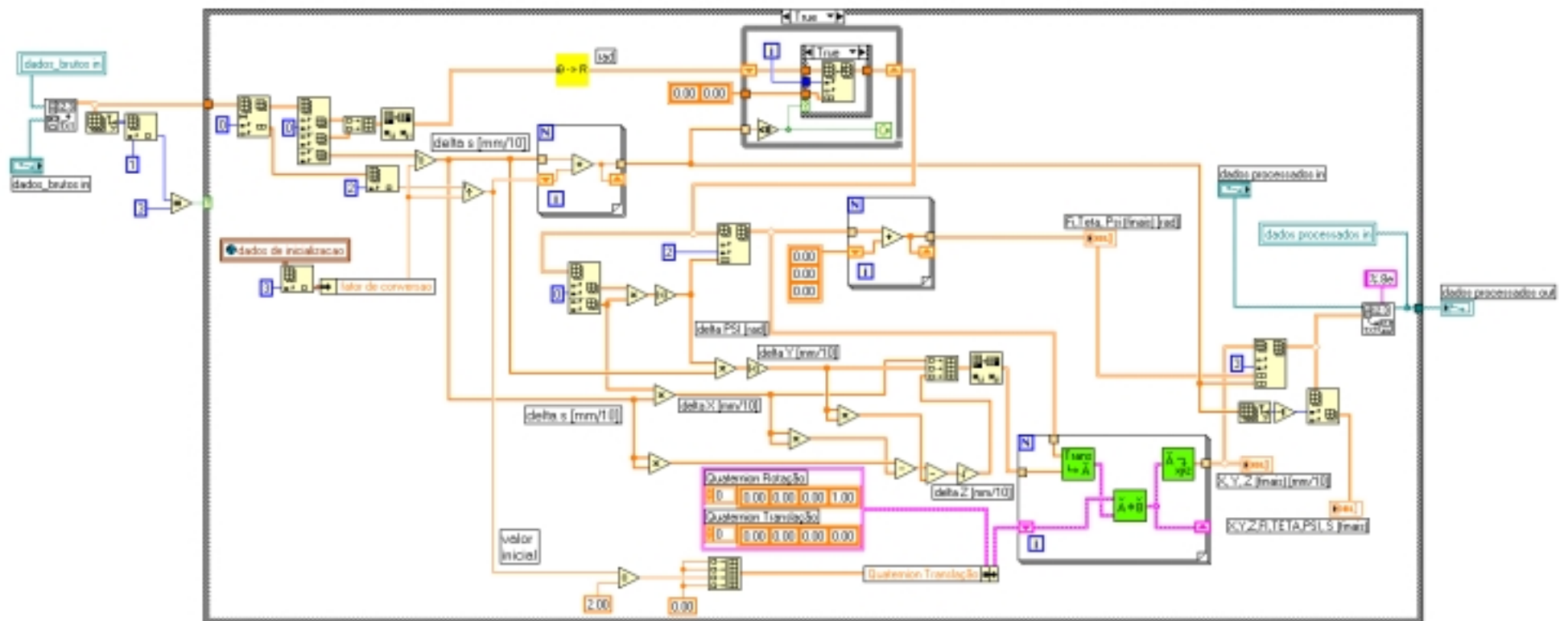


Figura H.1 - Diagrama esquemático em LabVIEW para medição do trilho

Índice Remissivo**A**

Aceleração.....	5, 6, 159, 161, 166, 168
Análise	123, 129
Ângulo.....	58, 83
ARW	49, 65

B

Bias	64, 65
------------	--------

Ch

Chasles	25, 125
---------------	---------

C

Cinemática	93, 122, 163, 164
Coriolis.....	51
Curvatura.....	83

D

Denavit.....	92
Diagrama.....	102, 170
Dual.....	123, 124, 128, 130, 165, 166, 168

E

Elo	92
Erro	46, 64, 75, 112, 159
Estatística	78, 123
Euler	10, 12, 13, 14, 18, 19, 34, 66, 96, 103, 125, 129, 146, 165, 168, 169

F

Faixa.....	42, 45, 46, 52, 53, 55, 58, 59, 60, 61, 65, 74, 75
Fator	45, 46, 165

FOG.....	54
Frenet	124, 133, 134
Frequência.....	45, 46, 60

G

Geometria.....	122
Giroscópio.....	64
GRAFCET	105
Graus	160, 162

H

Hermite	135
---------------	-----

I

Incerteza.....	42, 47, 56, 58, 60, 61, 65, 74
Incremento	159, 166, 167
Intervalo	59, 161, 163, 164, 167, 168, 169

L

Limiar.....	46
-------------	----

M

Matriz.....	161
Média	82
Modelo	4, 61, 65
Movimento.....	161

O

Óptica.....	65
Orientação	159, 161, 162, 163, 164, 166

P

Parâmetro	5, 6, 61, 65
Posição	147, 158, 159, 161, 162, 163, 164
Posicionamento	158

Postura.....	94, 147, 151, 152
Precisão	42, 47, 74

Q

Quaternion.....	122, 124, 126, 130, 164, 165, 166, 168, 169
-----------------	---

R

Referência	158
Relação.....	5, 6, 150
Repetitividade	5, 6, 45, 46
Resolução.....	42, 45, 52, 53, 55, 61, 65, 74, 75
Robótica	127, 128
Roboturb	2, 3, 5, 6, 7, 8, 27, 31, 37, 38, 39, 40, 56, 58, 62, 66, 70, 71, 72, 73, 90, 91, 92, 93, 94, 96, 97, 98, 105, 106, 107, 110, 111, 114, 117, 118, 119, 120, 121, 125, 127, 148, 151, 164
Rotação	124, 168
RPY	12, 18, 96, 97
Ruído.....	52, 53, 55

S

Saída.....	52, 53, 55, 158
Sensor.....	40, 61, 65, 70, 123
Simulação.....	4
Sistema.....	4, 127, 129
Software	74, 75
Spline	129

T

Taxa.....	42, 74
Tempo	59, 75, 167, 168
Torção	83
Trajectoria.....	161, 162, 163, 164
Trilho.....	158, 165

V

Variância82

Velocidade5, 6, 47, 74, 158, 159, 161, 162, 163, 164, 166, 167, 168

Vetor169

VI102, 103, 111, 112, 158, 159, 162, 164, 167